საქართველოს ფისკალური მოდელი: სტრუქტურული ჩარჩო ფისკალური პოლიტიკის ანალიზისა და პროგნოზირებისთვის

თინათინ ბურკაძე, მირზა გელაშვილი, ცოტნე მარღია, ნათია მაწიაშვილი, მიხეილ მღებრიშვილი, ვახტანგ ჩალაფეიქრიშვილი*

FPAS სერია

12/2023

* *საკორესპონდენტო ავტორი:* *მიხეილ მღებრიშვილი* *M.Mgebrishvili@mof.ge*

პროგნოზირებისა და პოლიტიკის ანალიზის სისტემა (FPAS) ფინანსთა სამინისტროს პროგნოზირების ძირითადი ინსტრუმენტია. საბოლოო პროგნოზის შემუშავება არის ხანგრძლივი პროცესი, რომელშიც აქ წარმოდგენილი ინტრუმენტების გარდა მონაწილეობს სხვა მოდელები, მესამე მხარის მიერ გაკეთებული პროგნოზები და ექსპერტული განსჯა. ამ დოკუმენტში გამოთქმული დაშვებები და მოსაზრებები, მათ შორის მოდელში აღწერილი ეკონომიკური აგენტების ქცევა, ეკუთვნის ავტორებს და არ შეიძლება ჩაითვალოს ფინანსთა სამინისტროს ოფიციალურ პოზიციად. ფინანსთა სამინისტრო ოფიციალურ მაკროეკონომიკურ პროგნოზებს და შეფასებებს აქვეყნებს საბიუჯეტო კოდექსით განსაზღვრული ფორმითა და პერიოდულობით და წარუდგენს საქართველოს მთავრობას და პარლამენტს.

საქართველოს ფისკალური მოდელი: სტრუქტურული ჩარჩო ფისკალური პოლიტიკის ანალიზისა და პროგნოზირებისთვის

დეკემბერი, 2023

აბსტრაქტი

ნაშრომში აღწერილი მოდელი წარმოადგენს საქართველოს ფინანსთა სამინისტროს პროგნოზირებისა და ფისკალური პოლიტიკის ანალიზის მთავარ ინსტრუმენტს - საქართველოს ფისკალურ მოდელს (Georgian Fiscal Model – GFM). მოდელი 2019 წლიდან ფინანსთა სამინისტროში აქტიურად გამოიყენება მიმდინარე პროცესების შესწავლისთვის, პოლიტიკის შედეგების სიმულაციებისათვის, პროგნოზირებისა და სხვადასხვა სიტუაციური ანალიზისთვის. მოდელი წარმოადგენს საერთაშორისო სავალუტო ფონდის შესაძლებლობების განვითარების ინსტიტუტის და საქართველოს ფინანსთა სამინისტროს ერთობლივ პროდუქტს. GFM არის სტრუქტურული დინამიკური სტოქასტური საერთო წონასწორობის მოდელი (Dynamic Stochastic General Equilibrium – DSGE), რომელიც ადაპტირებულია საქართველოს ფისკალური პოლიტიკის ანალიზისათვის. GFM წარმოადგენს ორაგენტიან ახალ კეინზიანურ (TANK) მოდელს, რაც საშუალებას აძლევს ფისკალურ პოლიტიკას არ იყოს ნეიტრალური და მოახდინოს გავლენა ერთობლივ მოთხოვნაზე. მოდელში წარმოების ერთ-ერთ ფაქტორად ჩართულია საჯარო ინფრასტრუქტურა, რაც უზრუნველყოფს ფისკალური პოლიტიკის გრძელვადიან ეფექტებს. GFM-ში ფისკალური ნაწილი წარმოდგენილია სხვადსხვა ტიპის შემოსავლებითა და ხარჯებით, რომელთაც თან ახლავთ დაფინანსების სხვადასხვა წყარო. გარდა ამისა, მოდელში ინტეგრირებულია ფისკალური წესები, რომლებიც ასახავს ფისკალური პოლიტიკის ქცევას საქართველოში. ნაშრომში აღწერილია GFM-ის სტრუქტურა და დეტალური ალგებრა, რომლის მიხედვითაც მოხდა მოდელის ქცევითი განტოლებების გამოყვანა.

JEL codes: E62, F34, H54, H63, I25, I31, O43.

საკვანძო სიტყვები: ფისკალური პოლიტიკა, DSGE მოდელი, პოლიტიკის ანალიზი, პროგნოზირება

სარჩევი

სარჩევი 2

წინასიტყვაობა 3

შესავალი 4

1. საქართველოს ფისკალური მოდელის თეორიული ჩარჩო 6

2. შინამეურნეობები 9

2.1. HTM შინამეურნეობები 10

2.2. OLG შინამეურნეობები 11

2.3. პროფკავშირები 14

3. ფირმები 18

3.1. საბოლოო მოხმარების პროდუქციის მწარმოებლები 18

3.2. ადგილობრივი საქონელის მწარმოებლები 20

3.3. შუალედური საქონლის მწარმოებლები 20

3.4. არასანავთობო საქონლის იმპორტიორები 23

3.5. კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები 25

4. მონეტარული პოლიტიკა 27

4.1. საპროცენტო განაკვეთების სტრუქტურა 28

5. ფისკალური პოლიტიკა 30

6. საგარეო სექტორი და საგადასახდელო ბალანსი 35

7. საბაზრო წონასწორობა 36

8. გამოყენებული ლიტერატურა 37

დანართი A. HTM შინამეურნეობები 38

დანართი B. OLG შინამეურნეობები 40

დანართი C. პროფკავშირები 51

დანართი D. საბოლოო მოხმარების პროდუქციის მწარმოებლები 54

დანართი E. შუალედური მოხმარების საქონლის მწარმოებლები 56

დანართი F. არასანავთობო იმპორტიორები 60

დანართი G. კაპიტალის მწარმოებლები 63

დანართი H. განტოლებები 65

დანართი I. მოდელის პარამეტრები 75

წინასიტყვაობა

წინამდებარე დოკუმენტში წარმოდგენილია საქართველოს ფინანსთა სამინისტროს პროგნოზირებისა და ფისკალური პოლიტიკის ანალიზის მთავარი ინსტრუმენტი - საქართველოს ფისკალურ მოდელი (Georgian Fiscal Model – GFM). GFM წარმოადგენს სტრუქტურულ დინამიკურ სტოქასტურ საერთო წონასწორობის მოდელს (Dynamic Stochastic General Equilibrium – DSGE), რომელიც ადაპტირებულია საქართველოს ფისკალური პოლიტიკის ანალიზისათვის.

მოდელის კანონიკური ვარიანტი შემუშავებულია საერთაშორისო სავალუტო ფონდის შესაძლებლობების განვითარების ინსტიტუტის მიერ, ფილიპე ზანას, ადამ რემოსა და დანელ ბაკსას მიერ, რომელიც პროექტის „მაკროეკონომიკური მენეჯმენტის გაძლიერება საქართველოსა და სომხეთში“ ტექნიკური დახმარების ფარგლებში, ფილიპე ზანას ხელმძღვანელობით, საპილოტედ დაინერგა საქართველოში. საქართველოს ფინანსთა სამინისტროს გუნდმა შეიმუშავა საქართველოზე მორგებული ფისკალური ბლოკი, ფისკალური წესები, მთავრობის ვალის სტრუქტურა და დაფინანსების წესები. საქართველოს ფინანსთა სამინისტროს მიერ მოდელში დაინერგა რიგი სპეციფიური თვისებები, როგორიცაა მოგების გადასახადის ე.წ. ესტონური მოდელი, ნავთობის ფასების გავლენა მიწოდებასა და მოთხოვნაზე, საპროცენტო განაკვეთებისა და შესაბამისი რისკ-პრემიების სტრუქტურა, ფასების სიხისტე იმპორტულ პროდუქციაზე და სხვა.

საქართველოს ფინანსთა სამინისტრო მადლობას უხდის ნიდერლანდების სამეფოს მთავრობას ტექნიკური დახმარების პროექტის დაფინანსებისათვის და საერთაშორისო სავალუტო ფონდს პროექტის განხორციელებისათვის, მ.შ. განსაკუთრებული მადლობა ფილიპე ზანას, ადამ რემოსა და დანიელ ბაკსას პროექტის ფარგლებში გაწეული დახმარებისა და მოწოდებული ტრენინგებისათვის. ავტორები ასევე მადლიერი არიან სამინისტროს სხვა მოქმედი თუ ყოფილი თანამშრომლების, მათ შორის ნიკოლოზ გაგუას, ეკატერინე მიქაბაძის, ფრიდონ ასლანიკაშვილის, ნინო მიქელაძის, თინათინ მუმლაძის, ირაკლი კაჭარავას და სხვების მიმართ პროექტის მხარდაჭერისა და დანერგვის პროცესში გაწეული დახმარებისა და კონსულტაციებისათვის.

აღნიშნული პროექტი დაიწო 2017 წელს. 2019 წლიდან ფინანსთა სამინისტრო აქტიურად იყენებს მოდელს სხვადასხვა ამოცანის გადასაწყვეტად და პროგნოზირებისათვის.

შესავალი

საერთო წონასწორობის დინამიკურ-სტოქასტური (DSGE) მოდელები თანამედროვე მაკროეკონომიკური ანალიზის ერთგვარ კანონიკურ სამუშაო ენას წარმოადგენს და ფართოდ გამოიყენება როგორც აკადემიურ, ასევე პრაქტიკულ ეკონომიკურ პოლიტიკაში. მისი უპირატესობა არის ყოვლისმომცველი და გამართული სტრუქტურა, რაც უზრუნველყოფს ერთიერთშესაბამისი და მწყობრი სცენარების სიმულირების საშუალებას. DSGE მოდელები დღეისათვის არის ეკონომიკური რყევების შესწავლის, პოლიტიკის ანალიზისა და თეორიული ჰიპოთეზების ფორმულირების განუყოფელი ნაწილი.

DSGE მოდელების განვითარება და პოპულარობა გასული საუკუნის 70-80-იანი წლებიდან იწყება, როდესაც ლუკასისა (1972) და სიმსის (1980; 1986) კრიტიკის საფუძველზე შეიცვალა ეკონომიკური აზროვნება და მეცნიერებმა გააცნობიერეს ისეთი სამუშაო ჩარჩოს შემუშავების აუცილებლობა, რომელიც იქნებოდა ცვალებადი ეკონომიკური და პოლიტიკური გარემოსადმი მდგრადი, ასახავდა რაციონალური მოლოდინის გავლენას ეკონომიკურ გადაწყვეტილებებზე, ექნებოდა მყარი თეორიული საფუძველი და ამავდროულად შეძლებდა სტატისტიკური მონაცემებისა და ეკონომიკური თეორიის დაკავშირებას.

აღნიშნული მოდელები აკადემიის შემდეგ ჯერ ცენტრალურ ბანკებში დაინერგა. 2000-იანი წლებიდან DSGE მოდელების გამოყენება დაიწყეს ფისკალურმა ინსტიტუტებმაც. თუ ცენტრალური ბანკების მიზანს უმეტეს შემთხვევაში პოლიტიკის განაკვეთის განსაზღვრა წარმოადგენს, რათა მიღწეულ იქნას ინფლაციის მიზნობრივი დონე, ფისკალური ინსტიტუტების შემთხვევაში DSGE მოდელის გამოყენების მიზნები ძირითადად უკავშირდება მაკროეკონომიკურ სტაბილურობას, ვალის მდგრადობას, უთანასწორობის შემცირებას და სოციო-ეკონომიკური განვითარების სხვა მიზნებს. მოცემული ტიპის DSGE მოდელებს აქვთ უნარი მაკროეკონომიკური სტაბილურობის ანალიზთან ერთად, მოგვცენ სურათი ასევე ვალის მდგრადობის, უთანასწორობის და სოციო-ეკონომიკური განვითარების შესახებ.

DSGE მოდელები, მისი კომპლექსურობისა და ოპერირების სირთულის გამო დღეს-დღეობით ფართოდ არ გამოიყენება ფინანსთა სამინისტროებში (როგორც ეს ცენტრალური ბანკების შემთხვევაშია). თუმცა, გამომდინარე ფისკალური პოლიტიკის კომპლექსურობისა, შესაძლოა ითქვას, რომ ფისკალური პოლიტიკის დაგეგმვისათვის უფრო რელევანტურია DSGE მოდელების უპირატესობები, ვიდრე მონეტარული პოლიტიკის შემთხვევაში. მონეტარული პოლიტიკა უმეტეს შემთხვევაში ერთი ან ორი პოლიტიკის ინტრუმენტით (რეფინანსირების განაკვეთი და მართვადი ცურვის შემთხვევაში სავალუტო ინტერვენციები) შემოიფარგლება, ხოლო ფისკალური პოლიტიკის ინსტრუმენტები გაცილებით მრავალფეროვანია, როგორიცაა პირდაპირი და არაპირდაპირი გადასახადები, მიმდინარე და კაპიტალური ხარჯები, საყოველთაო და მიზნობრივი ტრანსფერები, საშიანო და საგარეო დაფინანსება. აქედან გამომდინარე, თითოეული პოლიტიკის ანალიზისათვის, მნიშვნელოვანია პოლიტიკის ვადიანობასთან ერთად განისაზღვროს მისი დაფინანსების სტრუქტურა და კონსოლიდაციის გეგმა, რომელიც თითოეულ პოლიტიკას არასტანდარტულს ხდის და მარტივი ეკონომეტრიკული, თუ ნახევრადსტრუქტურული მოდელებით მათი ეფექტური სიმულირება შეუძლებელია. DSGE მოდელებს შეუძლიათ კარგად უპასუხონ ისეთ პრაქტიკულ კითხვებს, როგორიცაა, რა მაკროეკონომიკური ეფექტები ექნება მოგების გადასახადის რეფორმას? რა მოკლე და გრძელვადიანი ეფექტები ექნება საგადასახადო შეღავათების გაუქმებას? რა არის

ფისკალური მულტიპლიკატორი სახელმწიფო ინვესტიციებისთვის? როგორაა ფისკალური მულტიპლიკატორების მნიშვნელობა დამოკიდებული დაფინანსების წყაროზე? რა როლი აქვს სამომავლო პოლიტიკის მოლოდინს და ფისკალური ინტიტუტებისადმი ნდობას ფისკალური მულტიპლიკატორების სიდიდეზე? და ა.შ. GFM წარმოადენს იმ ტიპის მოდელს რომლის მეშვეობითაც შესაძლებელია ფისკალური პოლიტიკის მოკლე, საშუალო და გრძელვადიანი მაკროეკონომიკური ეფექტების მონეტიზაცია და გადაცემის მექანიზმების შესწავლა.

1. საქართველოს ფისკალური მოდელის თეორიული ჩარჩო

GFM კარგად პასუხობს საქართველოს ეკონომიკის მახასიათებლებს, ფინანსთა სამინისტროს ფისკალურ ჩარჩოს და ფისკალური პოლიტიკის ხედვებს. ის წარმოადგენს მცირე ღია ეკონომიკის მოდელს, რომელიც არასრულად არის ინტეგრირებული საერთაშორისო კაპიტალის ბაზრებზე. მოდელს გააჩნია ნეო-კეინზიანური (New Keynesian – NK) მახასიათებლები, რაც გამოიხატება ფასებისა და ხელფასების ნომინალურ სიხისტეში (რომელიც მოდელირებულია კალვოს (1983) სიხისტის მიხედვით). მოცემული სიხისტეები ემპირიულად დასტურდება საქართველოსთვის. ასევე მოდელში ჩართულია ფისკალური წესები მაკროეკონომიკური სტაბილურობისა და ვალის მდგრადობისთვის.

GFM არის ორაგენტიანი ახალი კეინზიანური (TANK) მოდელი. იგი აერთიანებს ორი ტიპის მომხმარებელს, რომლებსაც აქვთ დაგეგმვის სასრული ჰორიზონტი. ერთი მხრივ, არიან ურთიერთგადამფარავი თაობები (overlapping generation, OLG), რომლებსაც აქვთ წვდომა დანაზოგებზე (შეუძლიათ დაზოგონ, აიღონ სესხი, შეიძინონ რაიმე ფინანსური აქტივი, ან განახორციელონ ინვესტირება) და, შესაბამისად, შეუძლიათ სასიცოცხლო ჰორიზონტზე მოხმარების გადანაწილება. მეორე მხრივ, არიან შინამეურნეობები, რომლებსაც წვდომა არ აქვთ დანაზოგებზე (hand to mouth – HTM), შესაბამისად, ისინი წარმოადგენენ შეზღუდული ლიკვიდურობის მომხმარებლებს, რომლებიც იძულებულნი არიან მთელი მათი წმინდა შემოსავალი მოიხმარონ მოცემულ პერიოდშივე. ერთი მხრივ დამზოგველების მიერ დაგეგმვის სასრული ჰორიზონტი, ხოლო მეორე მხრივ HTM შინამეურნეობები, რომლებსაც ექმნებათ ლიკვიდურობასთან დაკავშირებით შეზღუდვები, იძლევიან საშუალებას, არასრულყოფილად არ შესრულდეს და დაირღვეს რიკარდოს ეკვივალენტობა (Ricardian equivalence), ეს კი ფასების სიხისტესთან ერთად, საშუალებას აძლევს ფისკალურ პოლიტიკას, არ იყოს ნეიტრალური და მოახდინოს ერთობლივ მოთხოვნაზე გავლენა. დამზოგველების არსებობა ხელს უწყობს, მოხდეს იმ ეფექტების გამოვლენა, რაც დაკავშირებულია ფისკალური პოლიტიკის შედეგად აქტივებისა და ვალდებულებების გადანაწილებაზე კერძო და საჯარო სექტორში, მაშინ როცა HTM შინამეურნეობები საშუალებას იძლევიან, მოხდეს ფისკალური პოლიტიკის ეფექტების შეფასება ყველაზე მოწყვლად საზოგადოების ნაწილზე.

მოდელში, საქონლისა და მომსახურების წარმოებისთვის გამოიყენება შრომა, კერძო კაპიტალი, ნავთობი და საჯარო ინფრასტრუქტურა. კერძო კაპიტალი იზრდება კერძო ინვესტიციების მეშვეობით, რომელსაც გააჩნია ინვესტიციების ცვლილების ხარჯი (Investment adjustment cost). ინფრასტრუქტურა წარმოადგენს საზოგადოებრივ საქონელს და ის მნიშვნელოვანია წარმოებისთვის, რამდენადაც ის ზრდის სხვა ფაქტორების მწარმოებლურობას. მისი დაგროვება ხდება მთავრობის კაპიტალური ხარჯების მეშვეობით. საქართველოს ნავთობის იმპორტზე დამოკიდებულების მოდელში ასახვისათვის, წარმოება ასევე მოითხოვს იმპორტირებულ ნავთობს. საბოლოო გამოშვება გამოყენება როგორც კერძო ისე მთავრობის მოხმარებისათვის, კერძო და საჯარო ინვესტიციებისათვის და ექსპორტისთვის.

მოდელში პროფკავშირები იღებენ გადაწყვეტილებებს შრომისა და ხელფასების შესახებ. GFM-ში არსებობს პროფკავშირების კონტინიუმი თითოეული სამუშაო ტიპისთვის. მოცემული ტიპები თანაბრად ნაწილდება როგორც OLG, ასევე - HTM შინამეურნეობებზე. ამ მოცემულობაში, შრომის ბაზარზე არასრულყოფილი კონკურენციაა და შრომაზე მთლიანი მოთხოვნა შეზღუდულია შინამეურნეობებში არსებული მთლიანი შრომის რაოდენობით. ამ არასრულყოფილი

კონკურენტული გარემოს გამო, მოქნილი ხელფასების შემთხვევაში, პროფკავშირები დააწესებენ ხელფასს მოხმარებასა და შრომას შორის ჩანაცვლების ზღვრულ მაჩვენებელზე მაღლა, მუდმივი ფასნამატით. გარდა ამისა, არსებობს ნომინალური ხელფასის სიხისტე, რომელიც მიჰყვება ფასების დადგენის კალვოს მექანიზმს. არასრულყოფილი კონკურენციისა და ნომინალური ხელფასის სიხისტის ერთობლიობა წარმოშობს ხელფასების ინფლაციის ე.წ. ფილიპსის მრუდს.

მოდელში არსებობს ოთხი ტიპის ფირმა: საბოლოო საქონლის მწარმოებლები, ადგილობრივი საქონლის მწარმოებლები, შუალედური საქონლის მწარმოებლები და კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები. საბოლოო საქონელი შეესაბამება მოხმარებასა და ინვესტიციებს, სადაც ინვესტიციები შეიძლება დაიყოს კერძო და სახელმწიფო ინვესტიციებად. საბოლოო პროდუქტი, დანიშნულების მიხედვით სხვადასხვა პროპორციებით შედგება ადგილობრივი და იმპორტული შუალედური პროდუქტისაგან და ასევე იმპორტული ნავთობპროდუქტებისაგან. საბოლოო პროდუქტი იწარმოება ფირმების მიერ, რომლებიც სრულყოფილ კონკურენციაში იმყოფებიან და რომლებიც ამ პროცესში გამოიყენებენ სხავადასხვა სახის შუალედური მოხმარების საქონელს. შუალედური საქონელი იწარმოება ფირმების მიერ, რომლებიც მონოპოლისტურ კონკურენციაში არიან. ამ ფირმებს აქვთ დიქსიტ-სტიგლიცის (Dixit-Stiglitz) ტიპის მოთხოვნის მრუდი თითოეული საქონლის სახეობაზე. ისინი ფასებს ადგენენ კალვოს სიხისტის მიხედვით. მონოპოლისტური კონკურენციისა და ფასების სიხისტის საშუალებით, იქმნება ნეო-კეინზიანური ფილიპსის მრუდი ადგილობრივი ინფლაციისთვის. კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები გადაწყვეტილებას იღებენ დადგმული კაპიტალის გამოყენების დონესთან დაკავშირებით და ქირაობენ ეფექტურ კაპიტალს შუალედური საქონლის წარმოებისთვის.

მოდელში ორი ტიპის იმპორტიორი არსებობს: არასანავთობო (Non-oil) იმპორტიორები და ნავთობის იმპორტიორები. არასასაქონლო იმპორტიორები ფუნქციონირებენ მონოპოლისტური კონკურენციის პირობებში, სადაც ადგილი აქვს კალვოსებურ ფასების სიხისტეს. ნავთობის იმპორტიორებს ოპტიმიზაციის პრობლემა არ ექმნებათ. მათ აქვთ უცხოურ ვალუტაში ეგზოგენურად განსაზღვრული ნავთობის ფასი, და ამ ფასად სრულიად აკმაყოფილებენ ნავთობის მოთხოვნას.

GFM-ის ფისკალური ბლოკი მოიცავს შემოსავლებისა და ხარჯების რამდენიმე მხარეს, ასევე - სესხების სხვადასხვა ტიპს. შემოსავლის მხრივ, მოდელი ასახავს გადასახადებს შრომით შემოსავალზე, კაპიტალიდან მიღებულ შემოსავალზე და მოხმარებაზე. მოდელში მოხმარების გადასახადი მოიცავს დღგ-ს, აქციზს და იმპორტის გადასახადებს. შრომით შემოსავალზე გადასახადი წარმოადგენს საშემოსავლო გადასახადს, კაპიტალის შემოსავალზე გადასახადი - მოგების გადასახადს. საგადასახადო შემოსავლების გარდა, მთავრობა შემოსავლებს იღებს გრანტებით და კვაზი-ფისკალური დეფიციტით ცენტრალური ბანკიდან. ხარჯვის მხრივ, მოდელი მოიცავს მთავრობის მოხმარებას, ტრანსფერებს შინამეურნეობებზე და სახელმწიფო ინვესტიციებს. გარდა ამისა, მთავრობას აქვს წვდომა სამი სახის სესხზე: შიდა, გარე კომერციული და შეღავათიანი სესხები. ამ ტიპის სესხები ზრდის მათ შესაბამის ვალის მოცულობას, რომელზეც მთავრობა იხდის სხვადასხვა საპროცენტო განაკვეთს.

GFM-ში ინტეგრირებულია რამდენიმე ფისკალურ წესი, რომლებიც ასახავს ფისკალური პოლიტიკის ქცევას საქართველოში. ფისკალური დეფიციტი რეაგირებს მთლიანი ვალის მოსალოდნელ გადახრაზე სამიზნე მაჩვენებლიდან, რაც უზრუნველყოფს სახელმწიფო ვალის მდგრადობას საშუალოვადიან პერიოდში. დეფიციტი, თავის მხრივ, შეიძლება დაფინანსდეს

სხვადასხვა წყაროთი - შიდა, გარე შეღავათიანი და გარე კომერციული ვალის აღებით. საგარეო ვალის მაღალი წილის გამო, იმის მიუხედავად რომ უმეტესი შეღავათიან ვალს წარმოადგენს, მთლიანი ვალი მოწყვლადია გაცვლითი კურსის მერყეობის მიმართ. გარე შეღავათიანი და კომერციული სესხები მოდელში წარმოდგენილია დამატებითი წესებით, ხოლო დარჩენილი ფისკალური დეფიციტი შიდა დაფინანსებით იფარება. მოცემული სახით ვალის განსაზღვრა საშუალებას იძლევა შევისწავლოთ თუ როგორ ახდენენ სხვადასხვა ტიპის დაფინანსების წყაროები შიდა და გარე შოკების მაკროეკონომიკური გავლენის ფორმირებას.

GFM-ში ცენტრალური ბანკის ქცევა წარმოდგენილია ტეილორის წესის მიხედვით. საპროცენტო განაკვეთი თანხვედრაშია ცენტრალური ბანკის მთავარ მიზანთან - ფასების სტაბილურობასთან. ხოლო გაცვლითი კურსის რეჟიმი კი სრულიად მოქნილად არის მიჩნეული. ამის მიუხედავად მოდელში ჩაშენებულია გაცვლითი კურსის სხვადასხვა რეჟიმებიც სავალუტო ინტერვენციებითა და ცენტრალური ბანკის ბალანსით.

იმის გათვალისწინებით, რომ საქართველო ითვლება მცირე ღია ეკონომიკად, მას არ შეუძლია გავლენა მოახდინოს დანარჩენი მსოფლიოს გადაწყვეტილებებზე და მათთან დაკავშირებულ რეალურ და ნომინალურ ცვლადებზე. შესაბამისად, სიმარტივისთვის ყველა საგარეო ცვლადი ითვლება ეგზოგენურად.

2. შინამეურნეობები

ყველა a თაობაში, არსებობს შინამეურნეობათა კონტინიუმი, რომელიც განსაზღვრულია $[0, 1]$ ინტერვალზე. ამათგან, შინამეურნეებებს, რომლებიც განლაგებულია $[0, \omega]$ ინტერვალზე, არ აქვს ფინანსურ ბაზრებზე წვდომა, და არ ფლობს რაიმე წილს ფირმებში (რადგან ისინი დაზოგვას ვერ ახორციელებენ, შესაბამისად ვერ ყიდულობენ ფინანსურ აქტივებს). ამ ტიპის შინამეურნეობებს ვუწოდებთ არარიკარდიანელებს ან HTM (Hand to Mouth) შინამეურნეობებს, რადგან ისინი თავიანთ განკარგვად შემოსავლებს მთლიანად ხარჯავენ თითოეულ პერიოდში და აღვნიშნავთ r ინდექსით. $[\omega, 1]$ ინტერვალზე განლაგეულ შინამეურნეობებს აქვთ წვდომა ფინანსურ ბაზრებზე და ფლობენ წილებს ფირმებში. მათ ვუწოდებთ რიკარდიანელებს ან OLG (Overlapping Generation) შინამეურნეობებს და აღვნიშნავთ o-ით. ორივე ტიპის შინამეურნეობას გააჩნია შემდეგი სახის სარგებლიანობის ფუნქცია:

$$u_t(C_{i,a,t}, N_{i,a,t}) = z_{u,t} \frac{1}{1-\sigma_c} \left(\frac{C_{i,a,t}/Z_t}{\left(C_{i,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}} \right)^{1-\sigma_c} - \gamma_N \frac{N_{i,a,t}^{1+\sigma_N}}{1+\sigma_N} \tag{2.1}$$

სადაც, $i = \{o, r\}$ აღნიშნავს შინამეურნეობის ტიპს, $C_{i,a,t}$ აღნიშნავს მოხმარებას, ხოლო $C_{i,t-1}$ წარმოადგენს i ტიპის შინამეურნეობის საშუალო მოხმარებას. $N_{i,a,t}$ არის შრომის მიწოდება, ხოლო Z_t ტექნოლოგიის დონე. სარგებლიანობის ფუნქციის პარამეტრებია: შებრუნებული დროთაშორისი ჩანაცვლების ელასტიკურობა - σ_c, ეგზოგენური ქცევის ფორმირების კოეფიციენტი - hab, შებრუნებული ფრიშის ელასტიურობა σ_N, და γ_N წარმოადგენს ნორმირების პარამეტრს. ეგზოგენური ქცევის ფორმირება გულისხმობს, რომ ინდივიდუალური შინამეურნეობა მოხმარების შესახებ გადაწყვეტილების მიღებისას მხედველობაში იღებს ამ ტიპის შინამეურნოებების აგრეგირებულ მოხმარებას წინა პერიოდში, რაც აყალიბებს აგრეგირებული მოხმარების უფრო სტაბილურ დინამიკას, რაც თავსებადია ემპირიულ ფაქტებთან.

მოდელში ორივე შინამეურნეობა ფლობს ფულს, რათა განახორციელოს მოხმარებასთან დაკავშირებული ტრანზაქციები. ტრანზაქციის ხარჯები, რომელიც მოხმარებასთანაა დაკავშირებული განსაზღვრულია როგორც ფულის სიჩქარის $V_{i,a,t}$-ის ამოზნექილი ფუნქცია:

$$\Omega_M(V_{i,a,t}) = k_1 V_{i,a,t} + \frac{k_2}{V_{i,a,t}} + 2\sqrt{k_1 k_2} \tag{2.2}$$

სადაც ფულის ბრუნვის სიჩქარე განსაზღვრულია, როგორც:

$$V_{i,a,t} = \frac{(1+\tau_{C,t}) P_t^C C_{i,a,t}}{M_{i,a,t}} \tag{2.3}$$

სადაც P_t^C არის სამომხმარებლო ფასების ინდექსი, $M_{i,a,t}$ არის ხელთ არსებული ნომინალური ფულადი სახსრები. $\tau_{C,t}$ კი არის მოხმარებაზე ზღვრული საგადასახადო განაკვეთი (დღგ, აქციზი და ა.შ.).

მიუხედავად იმისა, რომ HTM შინამეურნეობების ჩართვით მოდელში შემოტანილია არარიკარდიანული ქცევა, მოდელში კიდევ დამატებით გაძლიერებულია აღნიშნული ქცევა OLG შინამეურნეობების ქცევის შეზღუდვით, რომელიც სასრული დაგეგმვის ჰორიზონტის ჩართვით მიიღწევა. თითოეული შინამეურნეობა აწყდება გადარჩენის მუდმივ ξ ალბათობას და

შესაბამისად საშუალოდ აქვს შესაბამისი დაგეგმვის ჰორიზონტი $(1-\xi)^{-1}$ (Yaari, 1965), (Blanchard, 1985) და (Kumhof, Laxton, Muir, & Mursula, 2010). ანალოგიური დაშვება ასევე კეთდება HTM შინამეურნეობებზეც, თუმცა, ვინაიდან HTM შინამეურნეობებს არ აქვთ დაზოგვის საშუალება, ეს რაიმე მნიშვნელოვან გავლენას ვერ მოახდენს მოდელის ქცევაზე.

მოდელში შრომის ბაზარზე არ არის სრულყოფილი კონკურენცია. ამ დაშვებით ჩნდება განსხვავება ჩანაცვლების ზღვრულ მიდრეკილებასა და რეალურ ხელფასს შორის. მოდელში ამ მახასიათებლის შემოტანისთვის გამოყენებულია (Colciago, 2011) და (Schmitt-Grohe & Uribe, 2006) მიდგომა.

მომდევნო სექციებში აღწერილია, როგორც HTM და OLG შინამეურნეობების ოპტიმიზაციის პრობლემები, ასევე პროფკავშირების მაქსიმიზაციის პრობლემა.

2.1. HTM შინამეურნეობები

HTM შინამეურნეობები აწყდებიან შემდეგი სახის საბიუჯეტო შეზღუდვას:

$$(1+\tau_{C,t})P_t^C C_{r,a,t}\ \left(1+\Omega_M(V_{r,a,t})\right)+M_{r,a,t}=\frac{1}{\xi}\ M_{r,a,t-1}+\left(1-\tau_{N,t}\right)W_t N_{r,a,t}+Tr_{r,a,t}+S_t D_{r,a,t}^{*} \qquad (2.4)$$

სადაც $\left(1-\tau_{N,t}\right)W_t N_{r,a,t}$ წარმოადგენს შრომის ანაზღაურებას გადასახადების გადახდის შემდგომ, $C_{r,a,t}$ HTM შინამეურნეობების მოხმარება, $V_{r,a,t}$ არის ფულის ბრუნვის სიჩქარე, რომელიც განსაზღვრულია (2.3) განტოლებით, $M_{r,a,t}$ წარმოადგენს ფულად სახსრებს, $Tr_{r,a,t}$ არის მთავრობისგან მიღებული ტრანსფერები, $D_{r,a,t}^{*}$ არის ნომინალური ფულადი ტრანსფერები საზღვარგარეთიდან (უცხოურ ვალუტაში), S_t კი ნომინალური გაცვლით კურსი, $\tau_{C,t}$ და $\tau_{N,t}$ წარმოადგენენ ზღვრულ საგადასახადო განაკვეთებს საბოლოო მოხმარებასა და შრომით შემოსავლებზე.

ყველა შინამეურნეობა ჩართულია სადაზღვევო სქემაში, სადაც მათი სიკვდილის შემდგომ, მათი მთლიანი ქონება გადანაწილდება ცოცხლად დარჩენილ შინამეურნეობებზე (HTM შინამე-ურნეობისათვის მთლიან ქონებას წარმოადგენს ფულადი სახსრები $M_{r,a,t}$). სანაცვლოდ შინამეურნეობები პერიოდულად იღებენ სადაზღვევო შემოსავლებს სქემიდან, რაც დამოკიდებულია მათი ქონების წილზე მთლიან სადაზღვევო კომპანიის პორტფელში. იმ დაშვებით რომ, სადაზღვევო სქემა მოგებას არ გამოიმუშავებს, შინამეურნეობების ფულადი სახსრები პერიოდის დასაწყისში სადაზღვევო შემოსავლების მიღების შემდგომ შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$M_{r,a,t-1}+(1-\xi)M_{t-1}\frac{M_{r,a,t-1}}{\xi M_{t-1}}=M_{r,a,t-1}+\frac{1-\xi}{\xi}\ M_{r,a,t-1}=\frac{1}{\xi}M_{r,a,t-1}.$$

ლაგრანჟის ფუნქცია შინამეურნეობების ოპტიმიზაციის პრობლემისათვის გვექნება:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} (\beta\xi)^t \Bigg\{ & z_{u,t} \frac{1}{1-\sigma_c} \left(\frac{(C_{r,a,t}/Z_t)}{(C_{r,t-1}/Z_{t-1})^{hab}} \right)^{1-\sigma_c} - \gamma_N \frac{N_{r,a,t}^{1+\sigma_N}}{1+\sigma_N} \\
& - \frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t P_{c,t}} \Big[\frac{1}{\xi} M_{r,a,t-1} + (1-\tau_{N,t}) W_t N_{r,a,t} + Tr_{r,a,t} + S_t D_{r,a,t}^* \\
& - (1+\tau_{C,t}) P_t^C C_{r,a,t} \left(1 + \Omega_M(V_{r,a,t})\right) - M_{r,a,t} \Big] \Bigg\}
\end{aligned} \tag{2.5}
$$

სადაც $\lambda_{r,a,t}$ არის ლაგრანჟის მულტიპლიკატორი, რომელიც დაკავშირებულია (2.4) საბიუჯეტო შეზღუდვასთან. ოპტიმიზაციის ამოცანის ამოხსნის შემდგომ[1] HTM შინამეურნეობებისთვის, შემდეგი სახის ოპტიმალურობის პირობები (განტოლებები) მიიღება:

- სამომხმარებლო მთხოვნის განტოლება

$$
U_{r,a,t}\, C_{r,a,t}^{-1} = -\frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t} (1+\tau_{C,t}) \left(1 + \Omega_M(V_{r,a,t}) + V_{r,a,t} \frac{\partial \Omega_M(V_{r,a,t})}{\partial V_t} \right) \tag{2.6}
$$

  სადაც

$$
U_{r,a,t} = z_{u,t} \left(\frac{(C_{r,a,t}/Z_t)}{(C_{r,t-1}/Z_{t-1})^{hab}} \right)^{1-\sigma_c}
$$

- ფულზე მოთხოვნის განტოლება HTM შინამეურნეობებისთვის:

$$
1 - V^2 \frac{\partial \Omega_M(V_{r,a,t})}{\partial V_{r,a,t}} = \beta \frac{\lambda_{r,a,t+1} Z_t P_t^C}{\lambda_{r,a,t} Z_{t+1} P_{t+1}^C} \tag{2.7}
$$

2.2. OLG შინამეურნეობები

დამზოგველი (OLG) შინამეურნეობები აწყდებიან შემდეგი ტიპის საბიუჯეტო შეზღუდვას:

$$
\begin{aligned}
(1+\tau_{C,t}) P_t^C\, C_{o,a,t} \left(1+\Omega_M(V_{o,a,t})\right) + M_{o,a,t} + B_{o,a,t} + S_t B_{o,a,t}^* + \Omega_{B_{o,a}^*}(B_{o,a,t}^*, B_{o,a,t-1}^*) & \\
= \frac{1}{\xi} \left(R_{t-1}^G B_{o,a,t-1} + S_t\, R_{t-1}^{fa}\, Prem_{t-1}^{Sov}\, Prem_{t-1}^{LCY}\, B_{o,a,t-1}^* + M_{o,a,t-1} \right) + D_{o,a,t}^K & \\
+ D_{o,a,t}^Y + D_{o,a,t}^M + (1-\tau_{N,t}) W_t N_{o,a,t} + \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_t^{Com} S_t P_{co,t}^* + Tr_{o,a,t} & \\
+ S_t D_{o,a,t}^* &
\end{aligned} \tag{2.8}
$$

სადაც, $C_{o,a,t}$ აღნიშნავს OLG შინამეურნეობის მოხმარებას. $B_{o,a,t}$ არის შინამეურნეობის მფლობელობაში არსებული მთავრობის ობლიგაციები, R_t^G ნომინალური საპროცენტო განაკვეთით. S_t არის ნომინალური გაცვლითი კურსი, განსაზღვრული, როგორც ეროვნული

[1] დეტალური ალგებრა იხილეთ დანართ A-ში.

ვალუტა ერთი ერთეული უცხოური ვალუტის მიმართ. $B^*_{o,a,t}$ არის უცხოურ ვალუტაში დენომინირებული უცხოური აქტივები. $Prem^{Sov}_t$ და $Prem^{LCY}_t$ წარმოადგენს ქვეყნის სუვერენულ და სავალუტო რისკის პრემიებს. $D^K_{o,a,t}$, $D^Y_{o,a,t}$ და $D^M_{o,a,t}$ წარმოადგენს კაპიტალური, შუალედური და არასასაქონლო იმპორტირებული პროდუქციის წარმოებისგან მიღებულ დივიდენდებს.

$\frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y^{Com}_t S_t P^*_{co,t}$ წარმოადგენს შინამეურნეობების ერთ სულზე ექსპორტირებული ნედლეულისგან (Commodity) მიღებულ შემოსავალს. $1-\gamma_{co}$ კი არის აღნიშნულ ექსპორტში მთავრობის შემოსავლების წილი. $P^*_{co,t}$ გამოსახავს უცხოური ნედლეულის ნომინალურ ფასს, Y^{Com}_t კი წარმოადგენს ნედლეულის რეალურ ექსპორტს. $Tr_{o,a,t}$ არის მთავრობისგან მიღებული ტრანსფერები, $D^*_{o,a,t}$ არის ნომინალური ფულადი გზავნილები საზღვარგარეთიდან (უცხოურ ვალუტაში).

OLG შინამეურნეობები ჩართული არიან ისეთივე სადაზღვევო სქემაში, როგორც HTM შინამეურნეობები. ხოლო სადაზღვევო სქემის აქტივებს წარმოადგენს როგორც ეროვნული, ისე უცხოური ობლიგაციები და ფულადი სახსრები.

დაშვების თანახმად, უცხოური ფინანსური პორტფელის ცვლილება დანახარჯებთან არის დაკავშირებული. ეს დანახარჯები წარმოადგენს ტრანზაქციული ხარჯების ფუნქციას $\Omega_{B^*_{o,a}}\left(B^*_{o,a,t}, B^*_{o,a,t-1}\right)$, რომელსაც შემდეგი სახე აქვს:

$$\Omega_{B^*_{o,a}}\left(B^*_{o,a,t}, B^*_{o,a,t-1}\right) = a^*_{B_o}\left(\frac{S_t\left(B^*_{o,t} - B^*_{o,t-1}\pi^*_{c,t}\bar{g}^z\right)}{P^C_t C_{o.t}}\right) S_t\left(B^*_{o,a,t} - B^*_{o,a,t-1}\pi^*_{c,t}\bar{g}^z\right)$$

$B^*_{o,t}$ წარმოადგენს უცხოური ობლიგაციების ნომინალურ საერთო დონეს. დაშვების თანახმად, საგარეო ვალის პოზიციის ცვლილებაზე გაწეული ტრანზაქციული დანახარჯები შინამეურნეობებს ტრანსფერების სახით უბრუნდებათ. ამრიგად, აღნიშნული ხარჯები არ წარმოადგენს რეალურ ხარჯებს, არამედ მისი დანიშნულებაა პორტფელის მერყეობა შეამციროს და დაუახლოვოს ემპირიულ მონაცემებს. ამ სპეციფიკაციით, უცხოური აქტივების ფლობის სწრაფი ზრდა ხარჯებთანაა დაკავშირებული. $a^*_{B_o}$ პარამეტრი აკონტროლებს ცვლილებების ხარჯების ფასს და გავლენას ახდენს ადგილობრივ და უცხოურ აქტივებს შორის ჩანაცვლების მასშტაბზე მოკლე და საშუალოვადიან პერიოდზე. აქვე შევნიშნავთ, რომ პრინციპულად, დანახარჯების ფუნქცია კვადრატულია, ერთი განსხვავებით, რომ ერთი თანამამრავლი კონკრეტული ინდივიდისათვის პორტფელის ცვლილებას ასახავს, ხოლო მოერე ანალოგიური მაჩვენებელი აგრეგირებულია o ტიპის შინამეურნეობებისათვის. ამის მიზეზი აგრეგირების პროცესის სიმარტივეა. აგრეგირება გულისხმობს ინდივიდუალური ფუქნციების ინტეგრებას da-ს მიმართ, რაც a-ს მიმართ არაწრფივი ფუნქციის შემთხვევაში გაცილებით პრობლემურია.

ამასთან, შინამეურნეობები აწყდებიან მოხმარებასთან დაკავშირებულ ტრანზაქციულ ხარჯებს $\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)$, რომელიც (2.2) განტოლებით მოიცემა.

ლაგრანჟის ფუნქცია OLG შინამეურნეობების ოპტიმიზაციის პრობლემისათვის გვექნება:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} (\beta\xi)^t \Bigg\{ z_{u,t} \frac{1}{1-\sigma_c} \left(\frac{(C_{i,a,t}/Z_t)}{(C_{i,t-1}/Z_{t-1})^{hab}} \right)^{1-\sigma_c} - \gamma_N \frac{N_{i,a,t}^{1+\sigma_N}}{1+\sigma_N}$$
$$- \frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t P_{c,t}} \Big[\frac{1}{\xi} \left(R_{t-1}^G B_{o,a,t-1} + S_t R_{t-1}^{fa} Prem_{t-1}^{Sov} Prem_{t-1}^{LCY} B_{o,a,t-1}^* + M_{o,a,t-1} \right)$$
$$+ D_{o,a,t}^K + D_{o,a,t}^Y + D_{o,a,t}^M + (1-\tau_{N,t}) W_t N_{o,a,t} + \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_t^{Com} S_t P_{co,t}^* + Tr_{o,a,t} \quad (2.9)$$
$$+ S_t D_{o,a,t}^* - (1+\tau_{C,t}) P_t^C C_{o,a,t} \left(1 + \Omega_M(V_{o,a,t})\right) - M_{o,a,t} - B_{o,a,t}$$
$$- S_t B_{o,a,t}^* - \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t}^*, B_{o,a,t-1}^*\right) \Big] \Bigg\}$$

სადაც $\lambda_{o,a,t}$ არის ლაგრანჟის მულტიპლიკატორი, რომელიც დაკავშირებულია (2.8) საბიუჯეტო შეზღუდვასთან. ოპტიმიზაციის ამოცანის ამოხსნის შემდგომ[2] HTM შინამეურნეობებისთვის, შემდეგი სახის ოპტიმალურობის პირობები მიიღება:

$$P_t^C C_{o,a,t} = MPC_{o,t} \mathcal{W}_{o,a,t} \quad (2.10)$$

$$R_t^G = \mathcal{R}_t^{fa} \frac{S_{t+1}}{S_t} \quad (2.11)$$

$$k_1 V_{o,a,t}^2 - k_2 = 1 - R_t^g \quad (2.12)$$

$$-\gamma_N N_{i,a,t}^{\sigma_N} = \frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t P_t^C} (1-\tau_{N,t}) W_t \quad (2.13)$$

$$\frac{1}{MPC_{o,t}} = (1+\tau_{c,t}) \left(1 + \Omega_M(V_{o,t}) + \left(1 - \frac{1}{R_t^g}\right) V_{i,a,t}^{-1} \right) + \frac{\xi J_{o,a,t}}{RR_t^g} \frac{1}{MPC_{o,t+1}} \quad (2.14)$$

სადაც:

$$\mathcal{R}_t^{fa} = \frac{R_t^{fa} Prem_t^{Sov} Prem_t^{LCY} - \frac{\xi}{S_{t+1}} \frac{\partial \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t+1}^*, B_{o,a,t}^*\right)}{\partial B_{o,a,t}^*}}{1 + \frac{1}{S_t} \frac{\partial \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t}^*, B_{o,a,t-1}^*\right)}{\partial B_{o,a,t}^*}}$$

არის უცხოური პროტფელის შეფარული სარგებლის განაკვეთი, რომელშიც გათვალისწინებულია პორტფელის ცვლილების ხარჯები. $MPC_{o,t}$ წარმოადგენს შინამეურნეობების მოხმარებისადმი ზღვრულ მიდრეკილებას, ხოლო $\mathcal{W}_{o,a,t}$ არის შინამეურნეობების სიმდიდრის მიმდინარე ღირებულება. ზემოაღნიშნული პირობები გვაძლებს დისკონტირების სტოქასტურ ოპერატორს:

$$J_{o,a,t} = \frac{C_{t+1}}{C_t} = \left[\beta \frac{R_t^G}{\pi_{c,t+1}} \left(\frac{1}{g_{t+1}^z} \right)^{1-\sigma_c} \left(\frac{\frac{C_{o,t-1}}{Z_{t-1}}}{\frac{C_{o,t}}{Z_t}} \right)^{hab(1-\sigma_c)} \frac{z_{u,t+1}(1+\tau_{C,t}) \left(1 + \Omega_M(V_{o,a,t}) + V_{o,a,t} \frac{\partial \Omega_M(V_{o,a,t})}{\partial V_t} \right)}{z_{u,t}(1+\tau_{C,t+1}) \left(1 + \Omega_M(V_{o,a,t}) + V_{o,a,t+1} \frac{\partial \Omega_M(V_{o,a,t+1})}{\partial V_{t+1}} \right)} \right]^{\frac{1}{\sigma_c}} \quad (2.15)$$

[2] დეტალური ალგებრა იხილეთ დანართ B-ში.

განტოლება (2.11) წარმოადგენს საპროცენტო პარიტეტის განტოლებას. (2.12) განტოლება კი წარმოადგენს ფულზე მოთხოვნას, რომელიც გვიჩვენებს, რომ ტრანზაქციული ხარჯების გამო ზღვრული დანაზოგის ხარჯი უდრის ფულის ფლობის გამო მიუღებელ საპროცენტო განაკვეთის ალტერნატიულ ხარჯს. (2.13) განტოლება წარმოადგენს შრომის ინდივიდუალურ მიწოდებას, მაგრამ მოცემული განტოლება არ არის აქტუალური, რადგან მოდელში შინამეურნეობები შრომის მიწოდების გადაწყვეტილების დელეგირებას ახდენენ პროფკავშირებზე, რომლის განხილვაც შემდგომ ქვეთავში ხდება.

2.3. პროფკავშირები

შინამეურნეობებს შრომის მიწოდების და ხელფასის შესახებ გადაწყვეტილების მიღება დელეგირებული აქვთ პროფკავშირებზე. პირველი დაშვება, ეხება პროფკავშირებს, რაც გულისხმობს რომ ყოველი სახის შრომისთვის არსებობს უწყვეტი რაოდენობის პროფკავშირები. მეორე დაშვება გულისხმობს, შრომის ტიპების თანაბარ განაწილებას შინამეურნეობებს შორის. პროფკავშირები ახდენენ მოგების მაქსიმიზაციას, იმის გათვალისწინებით რომ მათი გადაწყვეტილება გავლენას მოახდენს OLG და HTM შინამეურნეობების სარგებლიანობაზე. თითოეული ტიპის j პროფკავშირისთვის, მაქსიმიზაციას აქვს ორი შეზღუდვა:

- რესურსების შეზღუდვა (რაც შრომის მიწოდებას წარმოადგენს):

$$N_t(j) = \int_0^1 N_t(j,i)di \qquad (2.16)$$

რომელიც ზღუდავს მთლიან მოთხოვნას თითოეული შრომის ტიპისთვის, რომელიც ხელმისაწვდომია შინამეურნეობებს შორის;

- მოთხოვნა თითოეული ტიპის შრომის მიმართ:

$$N_t(j) = \left(\frac{W_{j,t}}{W_t}\right)^{-\sigma_w} N_t^d \qquad (2.17)$$

სადაც σ_w არის ჩანაცვლების ელასტიკურობა სხვადასხვა ტიპის შრომას შორის. N_t^d არის შრომაზე აგრეგირებული მოთხოვნა, W_t წარმოადგენს ნომინალური ხელფასების ინდექსს, ხოლო $W_{j,t}$ არის j პროფკავშირის მიერ ფიქსირებული ხელფასი. შრომაზე მოთხოვნის (2.17) განტოლების გამოყვანა ფირმების შესახებ ქვეთავში ხდება.

ოპტიმალური ხელფასის დაწესებისას პროფკავშირები ითვალისწინებენ, რომ მათ თავისუფლად არ შეუძლიათ ხელფასების ცვლილება, და ეს დამოკიდებულია ეგზოგენურ ალბათობაზე, რომელიც განსაზღვრავს თითოეულ პერიოდში ხელფასის ვერ შეცვლის ალბათობას. ყოველ პერიოდში არსებობს $1-\theta_w$ ალბათობა იმისა რომ პროფკავშირებს ექნებათ ხელფასის ოპტიმალურად დაწესების შანსი. როდესაც პროფკავშირს აქვს მოცემული შესაძლებლობა ის აწესებს ხელფასებს ისე, რომ მოახდინოს მთლიან სასიცოცხლო ჰორიზონტზე სარგებლიანობის ფუნქციის შეწონილი საშუალოს მაქსიმიზაცია:

$$\max_{W_{j,t}} E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\theta_w \beta \xi)^s \left[(1-\omega) z_{u,t} \frac{1}{1-\sigma_c} \left(\frac{\frac{C_{o,a,t}}{Z_t}}{\left(\frac{C_{o,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}} \right)^{1-\sigma_c} + \omega z_{u,t} \frac{1}{1-\sigma_c} \left(\frac{\frac{C_{o,a,t}}{Z_t}}{\left(\frac{C_{o,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}} \right)^{1-\sigma_c} - U(N_{t+s}) \right] \quad (2.18)$$

(2.16) და (2.17) შეზღუდვების პირობებში. ზემოთმოყვანილ სპეციფიკაციაში გამოყენებულია ის ფაქტი, რომ შრომის ტიპები თანაბრად არიან განაწილებული შინამეურნეობებს შორის, მაშასადამე ერთობლივი მოთხოვნა j ტიპის შრომაზე არის თანაბრად გადანაწილებული შინამეურნეობებს შორის.

როდესაც პროფკავშირებს არ აქვთ შესაძლებლობა ოპტიმალურად დააწესონ ხელფასები, მაშინ ისინი ხელფასების ინდექსაციას ახდენენ, შემდეგი წესის მიხედვით:

$$W_t = W_{t-1} \bar{g}^z \pi_{c,t-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}$$

სადაც $\pi_{c,t}$ არის სამომხმარებლო ფასების ინფლაცია ხოლო $\bar{\pi}_c$ მიზნობრივი ინფლაცია. მოცემული ინდექსაციის წესი გულისხმობს, რომ ნომინალური ხელფასი ინდექსირებულია წარსული და მიზნობრივი ინფლაციის შეწონილი საშუალოთი და გრძელვადიანი მწარმოებლურობის $\bar{g}^z$ ზრდის მიხედვით. ι_W არის ინდექსაციის პარამეტრი. თუ ι_W = 1, მაშინ ინდექსაცია სრულიად წარსულ ინფლაციაზეა დამოკიდებული.

იმისათვის რათა ვიპოვოთ ოპტიმალური პირობა, იმ პროფკავშირებისთვის რომლებსაც შეუძლიათ ხელფასების ცვლილება, საჭიროა ვიპოვოთ ნომინალური ხელფასების მნიშვნელობა ბოლო ოპტიმიზაციიდან s პერიოდის შემდგომ. ინდექსაციის წესის მეშვეობით, ნომინალური ხელფასის მნიშვნელობა s პერიოდის შემდგომ არის:

$$W_{j,t+s} = W_t^* \prod_{k=1}^{s} \left(\bar{g}^z \pi_{c,t+k-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W} \right)$$

ხოლო რეალურ გამოსახულებაში იქნება:

$$w_{j,t+s} = w_t^* \chi_{t,s}^W$$

სადაც:

$$\chi_{t,s}^W = \prod_{k=1}^{s} \left(\frac{\bar{g}^z \pi_{c,t+k-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}}{\pi_{c,t+k}} \right)$$

სადაც $w_t = W_t / P_t^C$ არის რეალური ხელფასი. ლაგრანჟის ფუნქციას ექნება შემდეგი სახე:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi\theta_w)^s \Bigg\{ -U(N_{t+s}) + \left(\omega \frac{-\lambda_{r,t+s}}{Z_{t+s}P_{t+s}^C} + (1-\omega)\frac{-\lambda_{o,t+s}}{Z_{t+s}P_{t+s}^C}\right)(1-\tau_{N,t+s})\left(\left(W_t^*\chi_{t,s}^W\right)^{1-\sigma_w} W_{t+s}^{\sigma_w} N_{t+s}^d\right) + (1-\tau_{N,t+s})\left(\omega \frac{-\lambda_{r,t+s}}{Z_{t+s}P_{t+s}^C} + (1-\omega)\frac{-\lambda_{o,t+s}}{Z_{t+s}P_{t+s}^C}\right) W_{t+s} mc_{t+s}^W \left(N_{t+s} - N_{t+s}^d \int_0^1 \left(\frac{W_{t+s}(j)}{W_{t+s}}\right)^{-\sigma_w} dj\right) \Bigg\}$$

სადაც mc_{t+s}^W არის (2.16) შეზღუდვასთან დაკავშირებული ლაგრანჟის მულტიპლიკატორი. აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ ფორმალურად ლაგრანჟის მულტიპლიკატორი არის მთელი $(1-\tau_{N,t+s})\left(\omega \frac{-\lambda_{r,t+s}}{Z_{t+s}P_{t+s}^C} + (1-\omega)\frac{-\lambda_{o,t+s}}{Z_{t+s}P_{t+s}^C}\right) W_{t+s} mc_{t+s}^W$ გამოსახულება. შესაბამისად, გამოდის რომ mc_{t+s}^W არის საბიუჯეტო შეზღუდვის განკარგვადი შემოსავლის ზღვრულ სარგებლიანობაზე ნამრავლის მულტიპლიკატორი.

პროფკავშირები რომლებსაც შეუძლიათ ხელფასის დაწესება, ისეთ ოპტიმალურ w_t^* ხელფასს დააწესებენ, რომ სრულდებოდეს პირველი რიგის პირობა:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi\theta_w)^s U_N(N_{t+s}) \left(\chi_{t,s}^W\right)^{-\sigma_w} w_{t+s}^{\sigma_w} N_{t+s}^d \left\{ \left[(1-\omega)\frac{1}{MRS_{t+s}^o} + \omega \frac{1}{MRS_{t+s}^r}\right] \left(\chi_{t,s}^W\right) w_t^* - \frac{\sigma_w}{\sigma_w - 1} \right\} = 0$$

სადაც:

$$MRS_{t+s}^i = \frac{(1+\tau_{c,t+s})}{(1-\tau_{N,t+s})} \frac{U_N(N_{t+s})}{U_C(C_{i,t+s})}, \quad i \in \{o, r\}$$

წარმოადგენს ჩანაცვლების ზღვრულ ნორმას მოხმარებასა და შრომას შორის, U_C არის მოხმარების ზღვრული სარგებლიანობა OLG და HTM შინამეურნეობებისთვის.

აღსანიშნავია რომ, თუ ნომინალური ხელფასის სიხისტეს ადგილი არ აქვს, ანუ $\theta_w = 0$, პირველი რიგის პირობა შემდეგნაირად გამარტივდება:

$$\left[(1-\omega)\frac{1}{MRS_{t+s}^o} + \omega \frac{1}{MRS_{t+s}^r}\right] w_t^* = \frac{\sigma_w}{\sigma_w - 1}$$

რაც გულისხმობს, რომ არსებობს მუდმივი მარჟა ($\sigma_w/(\sigma_w - 1)$ ოდენობით) MRS-სა და რეალურ ხელფასს შორის. შესაბამისად ორივე ტიპის შინამეურნეობას ყოველთვის აქვს სურვილი გაზარდოს შრომის მიწოდება როდესაც რეალური ხელფასი იზრდება. ეს დებულება ჭეშმარიტია ორივე შინამეურნეობისათვის (Gali, López-Salido, & Vallés, 2007).

იმისათვის რათა აღვწეროთ წონასწორობა შრომის ბაზარზე, საჭიროა (2.16) განტოლების გამოყენება. მოცემული განტოლების იმ ფაქტთან ერთად რომ დროის ყველა მონაკვეთში, მხოლოდ $(1-\theta_w)$ ნაწილი პროფკავშირებისა ახერხებს ხელფასზე ხელახალ მოლაპარაკებას, ბაზარზე წონასწორობა დგება შემდეგი პირობით:

$$N_t = \nu_{w,t} N_t^d \qquad (2.19)$$

სადაც $\nu_{w,t}$ არის 1-ზე მაღალი რიცხვი, რომელიც ზომავს ხელფასების გაბნეულობით (ხელფასებს შორის სხვაობით) გამოწვეულ არაეფექტიანობას. ვინაიდან აღნიშნული პარამეტრი მეტია ერთზე, იწვევს რომ შრომის მიწოდება მეტია, იმაზე ვიდრე ფირმების ესაჭიროებათ ეფექტიანი წარმოებისათვის. $\nu_{w,t}N_t^d$ შეგვიძლია გამოვსახოთ რეკურსიულად:

$$\nu_{w,t} = \theta_w \left(\frac{w_{t-1}}{w_t} \bar{g}^z \ \frac{\pi_{c,t-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}}{g_t^z \pi_{c,t}} \right)^{-\sigma_w} \nu_{w,t-1} + (1-\theta_w) \left(\frac{w_t^*}{w_t} \right)^{-\sigma_w} \qquad (2.20)$$

აქედან ჩანს, რომ როდესაც ხელფასები მოქნილია, ხელფასებს შორის განსხვავება ქრება და $\nu_{w,t}$ ერთს უტოლდება. მეტიც თუ მოცემული ხელფასები ინდექსირებულია წარსულ ინფლაციასა და გრძელვადიან პროდუქტიულობაზე, მდგრად მდგომარეობაში $\bar{\nu}_w$-ის ზრდა ერთს უტოლდება.

მსგავსად შესაძლებელია აგრეგირებული რეალური ხელფასი შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ:

$$w_t = \left(\theta_w \left(w_{t-1} \bar{g}^z \ \frac{\pi_{c,t-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}}{g_t^z \pi_{c,t}} \right)^{1-\sigma_w} + (1-\theta_w)(w_t^*)^{1-\sigma_w} \right)^{\frac{1}{1-\sigma_w}} \qquad (2.21)$$

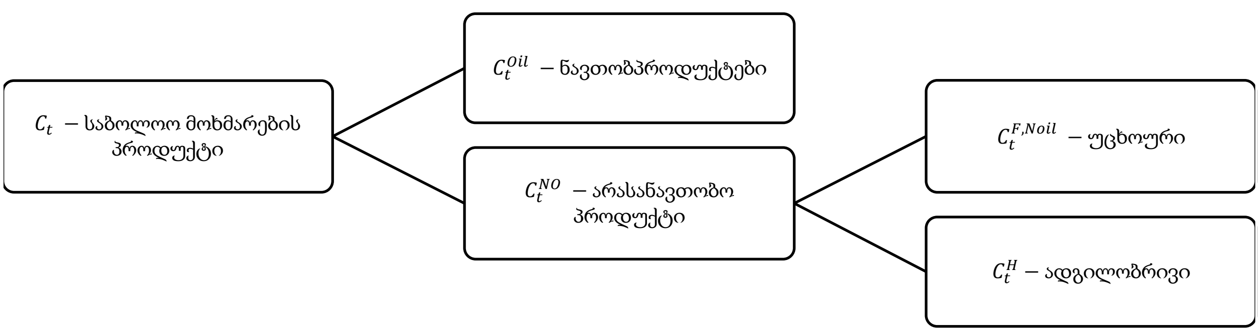
3. ფირმები

ეკონომიკაში მოქმედებენ რამდენიმე ტიპის ფირმები - საბოლოო საქონლის მწარმოებლები, შუალედური საქონლის მწარმოებლები, კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები, ადგილობრივი საქონლის მწარმოებლები, ნედლეულის იმპორტიორები და დანარჩენი საქონლის იმპორტიორები. საბოლოო საქონელი განკუთვნილია მოხმარებისა და ინვესტიციებისთვის. საბოლოო მოხმარების საქონელი იწარმოება ადგილობრივი და იმპორტული საქონლის მეშვეობით. შუალედური მოხმარების პროდუქტი არის ჰომოგენური. შუალედური მოხმარების პროდუქტის მწარმოებლების პროდუქტი გამოიყენება როგორც ადგილობრივი საწარმოო მასალა საბოლოო მოხმარების პროდუქტისა და ექსპორტისთვის. ადგილობრივი საქონლის მწარმოებლები საწარმოო პროცესში ასევე იყენებენ შრომასა და კაპიტალს.

3.1. საბოლოო მოხმარების პროდუქციის მწარმოებლები

საბოლოო მოხმარების პროდუქტი C_t შედგება, იმპორტირებული ნავთობპროდუქტებისაგან C_t^{Oil} და არასანავთობო პროდუქტისგან C_t^{NO}. არასანავთობო პროდუქტი შედგება იმპორტირებული (გარდა ნავთობისა) $C_t^{F,Noil}$ და ადგილობრივი პროდუქტისგან C_t^{H}.

დიაგრამა 1. საბოლოო მოხმარების პროდუქტის ჩაშლა



ანალოგიური ჩაშლაა კერძო და სახელმწიფო ინვესტიციებისთვისაც (მთავრობის მოხმარება, თავისი შინაარსიდან გამომდინარე ითვლება რომ სრულად ადგილობრივია), შესაბამისად ჩანაწერების დაზოგვის მიზნით განვიხილავთ ზოგად მიდგომას $\mathbb{X} \in \{C, Inv, Inv_g\}$ საბოლოო პროდუქტისათვის.

$\mathbb{X}$ საბოლოო საქონლის მწარმოებელი ფირმები ახდენენ საწარმოო ხარჯების მინიმიზირებას საწარმოო ტექნოლოგიის გათავალისწინებით, რაც გამოისახება შემდეგი განტოლებით

$$\mathbb{X}_t = \left[\left(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}(\mathbb{X}_t^{NO})^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} + \left(\alpha_{\mathbb{X},Oil}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}\left(\mathbb{X}_t^{Oil}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}}\right]^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}}{\eta_{\mathbb{X}}-1}} \qquad (3.1)$$

ხოლო არასანავთობო პროდუქტისთვის კი მინიმიზების განტოლება შემდეგი სახე ექნება:

$$\mathbb{X}_t^{NO} = \left[\left(1-\alpha_{\mathbb{X},F}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}}} \left(\mathbb{X}_t^{H}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}-1}{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}}} + \left(\alpha_{\mathbb{X},F}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}}} \left(\mathbb{X}_t^{F,Noil}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}-1}{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}}} \right]^{\frac{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}}{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}-1}} \qquad (3.2)$$

$\eta_{\mathbb{X}}$ და $\eta_{\mathbb{X}^{NO}}$ წარმოადგენს ადგილობრივ და უცხოურ საქონელს შორის ჩანაცვლების ელასტიურობას. $\alpha_{\mathbb{X},F}$ არის უცხოური საქონლის (ნავთობის გარდა) წილი არასანავთობო პროდუქტების საბოლოო მოხმარებაში. ხოლო $\alpha_{\mathbb{X},Oil}$ წარმოადგენს იმპორტირებული ნავთობის წილს საბოლოო მოხმარებაში.

ლაგრანჟის ფუნქცია ხარჯების მინიმიზაციისთვის საბოლოო მოხმარების პროდუქციის წარმოებისთვის მიიღებს შემდეგ ფორმას:

$$\mathcal{L} = \mathbb{X}_t^{NO} P_{\mathbb{X},t}^{NO} + \mathbb{X}_t^{Oil} P_{\mathbb{X},t}^{Oil} S_t + \lambda_{\mathbb{X},t} \left[\mathbb{X}_t - \left[\left(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \left(\mathbb{X}_t^{NO}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} + \left(\alpha_{\mathbb{X},Oil}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \left(\mathbb{X}_t^{Oil}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \right]^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}}{\eta_{\mathbb{X}}-1}} \right] \rightarrow min$$

ოპტიმიზაციის შემდგომ [3] მიღებული პირობებია:

$$\mathbb{X}_t^{NO} = p_{\mathbb{X},NO,t}^{-\eta_{\mathbb{X}}} \; \mathbb{X}_t \left(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil}\right) \qquad (3.3)$$

$$\mathbb{X}_t^{Oil} = \left(p_{Oil,t}^{*} S_t\right)^{-\eta_{\mathbb{X}}} \mathbb{X}_t \left(\alpha_{\mathbb{X},Oil}\right) \qquad (3.4)$$

$$\mathbb{X}_t^{H} = \left(\frac{p_{H,t}}{p_{\mathbb{X},t}^{NO}}\right)^{-\eta_{\mathbb{X}^{NO}}} \mathbb{X}_t^{NO}\left(1-\alpha_{\mathbb{X},F}\right) \qquad (3.5)$$

$$\mathbb{X}_t^{F,Noil} = \left(\frac{p_{F,t}}{p_{\mathbb{X},t}^{NO}}\right)^{-\eta_{\mathbb{X}^{NO}}} \mathbb{X}_t^{NO} \alpha_{\mathbb{X},F} \qquad (3.6)$$

მოცემული კონდიციები განსაზღვრავს ადგილობრივ და უცხოურ პროდუქტზე მოთხოვნას და უარყოფითად არის დამოკიდებული შეფარდებით არასანავთობო ფასებზე $p_{\mathbb{X},t}^{NO} = P_{\mathbb{X},t}^{NO}/P_{\mathbb{X},t}$, ადგილობრივი შეფარდებითი ფასებზე $p_{H,t} = P_{H,t}/P_{\mathbb{X},t}$, უცხოურ შეფარდებით ფასებზე $p_{Oil,t}^{*} S_t = P_{Oil,t}^{*} S_t / P_{\mathbb{X},t}$, და დადებითად არის დამოკიდებული მთლიან მოთხოვნაზე $\mathbb{X}_t$ და არასანავთობო მოთხოვნაზე $\mathbb{X}_t^{NO}$.

სრულყოფილი კონკურენციის დაშვებით მწარმოებლების შემოსავლები, შესაძლებელია გამოისახოს საწარმოო დანახარჯების სახით:

$$P_t^{\mathbb{X}} \mathbb{X}_t = P_{\mathbb{X},t}^{NO} \mathbb{X}_t^{NO} + \left(p_{Oil,t}^{*} S_t\right) \mathbb{X}_t^{Oil} \qquad (3.7)$$

სადაც არასანავთობო შემოსავლები იქნება:

$$P_{\mathbb{X},t}^{NO} \mathbb{X}_t^{NO} = p_{H,t} \mathbb{X}_t^{H} + p_{H,t} \mathbb{X}_t^{F,Noil} \qquad (3.8)$$

[3] დეტალური ალგებრა იხილეთ დანართ D-ში

3.2. ადგილობრივი საქონელის მწარმოებლები

ყოველ t პერიოდში, ადგილობრივი საქონელი Y_t^H წარმოებულია სრულყოფილ კონკურენციაში მყოფი ფირმის მიერ, რომელიც აერთიანებს შუალედურ პროდუქტს შემდეგი საწარმოო ფუნქციით:

$$Y_t^H = \left(\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\eta_H - 1}{\eta_H}} dj \right)^{\frac{\eta_H}{\eta_H - 1}}$$

სადაც η_H არის სხვადასხვა სახეობის საქონელს შორის ჩანაცვლების ელასტიურობა. ადგილობრივი საქონლის მწარმოებელი ფასს იღებს მოცემულობად და ისე არჩევს გამოსაყენებელი შუალედური საქონლის რაოდენობას, რომ მოახდინოს მოგების მაქსიმიზაცია. რითაც განისაზღვრება თითოეული შუალედური j საქონლის მოთხოვნა და ადგილობრივი საქონლის ფასი:

$$Y_{j,t}^H = \left(\frac{p_{j,t}^H}{P_t^H} \right)^{-\eta_H} Y_t^{H,d}$$

სადაც აგრეგირებული ფასი $P_t^H = \left(\int_0^1 p_{j,t}^{H\ 1-\eta_H} dj \right)^{\frac{1}{1-\eta_H}}$. საბოლოო მოხმარების პროდუქტზე მოთხოვნა განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$Y_t^{H,d,nom} = C_t^{H,nom} + C_{g,t}^{H.nom} + Inv_{g,t}^{H,nom} + Inv_t^{H,nom} + Exp_t$$

სადაც Y_t^* არის უცხოური მოთხოვნა ადილობრივ გამოშვებაზე (ექსპორტი) და $Inv_{g,t}$ არის სახელმწიფო ინვესტიცია.

3.3. შუალედური საქონლის მწარმოებლები

შუალედური საქონელი წარმოებულია უწყვეტი რაოდენობის მონოპოლისტური j ფირმების მიერ. მოცემული ფირმები იყენებენ კაპიტალსა და შრომას რათა აწარმოონ $Y_{j,t}^H$ საქონელი. საწარმოო ფუნქციას შემდეგი სახე აქვს:

$$Y_{j,t}^H = \zeta_t Z_t^{(1-\alpha-\alpha_G)} K_{j,u,t}^{\alpha} \left(N_{j,t}^d \right)^{1-\alpha} K_{G,t-1}^{\alpha_G}$$

სადაც $\alpha \in (0,1)$ არის კაპიტალის წილი მთლიან გამოშვებაში, ζ_t არის პროდუქტიულობის დროებით შოკი და Z_t პროდუქტიულობის დონე. დინამიკაში Z_t შემდეგნაირად გამოისახება:

$$\frac{Z_t}{Z_{t-1}} = g_t^z$$

სადაც g_t^z მიყვება ეგზოგენურ პროცესს მდგრადი მდგომარეობით:

$$g_t^z = \left(1 - \rho_{g^z}\right)\bar{g}^z + \rho_{g^z} g_{t-1}^z + z_{g^z,t}$$

სადაც $z_{g^z,t}$ არის პროდუქტიულობის ზრდის დროებითი შოკი, რაც პროდუქტიულობის დონისთვის პერმანენტულ შოკს წარმოადგენს. $K_{G,t}$ არის საჯარო ინფრასტრუქტურა.

აღსანიშნავია, რომ თითოეული შუალედური საქონლის მწარმოებელ j ფირმას, თანაბრად აქვს წვდომა საჯარო ინფრასტრუქტურაზე.

დავუშვათ, რომ გამოყენებული შრომა j ფირმის მიერ, იყენებს შრომას რომელიც შედგება უწყვეტი რაოდენობის განსხვავებული შრომისაგან (Schmitt-Grohe & Uribe, 2006). რომელსაც შემდეგი სახე აქვს:

$$N_{j,t}^{d} = \left[\int_0^1 N_{i,jt}^{d}{}^{\frac{\sigma_w-1}{\sigma_w}} di\right]^{\frac{\sigma_w}{\sigma_w-1}} \quad (3.9)$$

ფირმები ირჩევენ შრომის სხვადსხვა ტიპების ოპტიმალურ კომბინაციას, რათა მოახდინონ დანახარჯების $\int_0^1 W_{i,t} N_{i,j,t} di$ მინიმიზაცია (3.9) პირობით. მოთხოვნის ოპტიმალური რაოდენობა i ტიპის შრომაზე j ფირმის მიერ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$N_{i,j,t}^{d} = \left(\frac{W_{i,t}}{W_t}\right)^{-\sigma_w} N_{j,t}^{d}$$

სადაც W_t არის ნომინალური ხელფასის ინდექსი, $W_t = \left(\int_0^1 W_{i,t}^{1-\sigma_w}\right)^{\frac{1}{1-\sigma_w}} di$. ხოლო მთლიანი მოთხოვნა i ტიპის შრომაზე $N_{i,t}^{d} = \int_0^1 N_{i,j,t}^{d}\, dj$ ტოლია:

$$N_{i,t}^{d} = \left(\frac{W_{i,t}}{W_t}\right)^{-\sigma_w} N_{t}^{d}$$

სადაც $N_t^d = \int_0^1 N_{j,t}^{d}\, dj$. ეს უკანასკნელი გამოსახულება წარმოადგენს პროფკავშირების ოპტიმიზაციის პრობლემაში გამოყენებულ მოთხოვნას.

ლაგრანჟის ფუნქციას ექნება შემდეგი სახე:

$$\mathcal{L} = W_t N_{j,t}^{d} + R_t^K K_{j,u,t} + MC_{j,t}^{H}\left[Y_{j,t}^{H} - \zeta_t Z_t^{(1-\alpha-\alpha_G)} K_{j,u,t}^{\alpha}\left(N_{j,t}^{d}\right)^{1-\alpha} K_{G,t-1}^{\alpha_G}\right]$$

ოპტიმიზაციის ამოცანის ამოხსნის შემდგომ გვექნება შემდეგი პირობები:

$$W_t = MC_{j,t}^{H}(1-\alpha)\frac{Y_{j,t}^{H}}{N_{j,t}^{d}} \quad (3.10)$$

$$R_t^K = MC_{j,t}^{H}\alpha\frac{Y_{j,t}^{H}}{K_{j,u,t}} \quad (3.11)$$

სადაც:

$$MC_{j,t}^{H} = \frac{1}{\zeta_t Z_t^{(1-\alpha-\alpha_G)} K_{G,t-1}^{\alpha_G}}\left(\frac{R_t^K}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{W_t}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \quad (3.12)$$

მარტივად შევნიშნავთ, რომ ზღვრული დანახარჯი დამოკიდებული არ არის j ინდექსზე, შესაბამისად ის ერთნარია ნებიმიერი ფირმისათვის.

კალვოს ფასდადების (Calvo pricing) დაშვების მიხედვით (Calvo, 1983), ფირმები ყოველთვის ვერ ახერხებენ ფასების ცვლილებას. ყოველ მოცემულ პერიოდში $(1-\theta_H)$ ფირმა მოახერხებს ფასების ოპტიმალურად ცვლილებას (დაწესებას), ხოლო დარჩენილი θ_H ფირმები კი ფასების

ცვლილებას მოახდენენ ინდექსაციის მარტივი წესის მიხედვით. შედეგად, იმ მომენტში როდესაც ფირმას საშუალება მიეცემა ფასები ოპტიმალურად დააწესოს, მოსალოდნელი მოგების მაქსიმიზაციისას ის მხედველობაში მიიღებს, რომ არსებობს ალბათობა იმისა, რომ მომავალში ვერ მოახდინოს ფასების ოპტიმალურად კორექტირება. ფირმის მოგების მაქსიმიზაციის პრობლემა შემდეგნაირად გამოისახება:

$$\max_{p_{j,t}^H} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left[p_{j,t+s}^H\, Y_{j,t+s}^H - MC_{t+s}^H Y_{j,t+s}^H\right]$$

შემდეგი პირობით:

$$Y_{j,t+s}^H = \left(\frac{p_{j,t+s}^H}{p_{t+s}^H}\right)^{-\eta_H} Y_{t+s}^H$$

ფირმებს, რომლებიც ვერ ახერხებენ ფასების დაწესებას ოპტიმალურად, იყენებენ ფასების ინდექსაციის შემდეგ წესს: $\tilde{\pi}_t^H = \pi_{c,t-1}^{\iota_H} \bar{\pi}_c^{1-\iota_H}$. შესაბამისად როდესაც t პერიოდში ფასები ოპტიმალურად დაწესება ვერ მოხდება, შემდგომ პერიოდში ნომინალური ფასი შემდეგი სახით იქნება მოცემული:

$$p_{j,t}^H = p_{j,t-1}^H \pi_{c,t-1}^{\iota_H} \bar{\pi}_c^{1-\iota_H}$$

სადაც ι_H პარამეტრი პასუხისმგებელია ფასების ინდექსაციის ხარისხზე. როდესაც $\iota_H = 1$, მაშინ ინდექსაცია ხდება სრულიად წარსულ ინფლაციაზე დაყრდნობით, ხოლო როცა $\iota_H = 0$, მაშინ ფასების ინდექსაცია ინფლაციის მიზნობრივი დონით ინდექსირდება. ამ პარამეტრით შესაძლებელია ინფლაციის ინერციის ემპირიული ფაქტის ადეკვატური ასახვა მოდელში.

ოპტიმიზაციის პრობლემის ამოხსნის შემდგომ[4] მიიღება შემდეგი პირობა:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} p_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}} \left(\chi_{t,s}^H\right)^{1-\eta_H} \frac{p^{*H}_{\ t}}{p_t^H} y_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\chi_{t,s}^H\right)^{-\eta_H} \frac{\eta_H}{(\eta_H - 1)} mc_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}}\ y_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}}$$

მოცემული პირობის რეკურსიული წესით ამოხსნის შემდგომ და ტოლობის ორივე მხარის დამოუკიდებლად ჩაწერის შემდგომ მიიღება ნეოკეინზიანური ფილიპსის მრუდი შუალედური საქონლისთვის:

$$f_t^H = p^{*H}_{\ t} y_t^{\mathrm{H}} + \xi\theta_H E_t \left[\frac{g_{t+1}^Z \pi_{c,t+1}}{R_t} \left(\frac{\tilde{\pi}_t^H}{\pi_{t+1}^H}\right)^{1-\eta_H} \frac{\tilde{\pi}_{t+1}^H}{\pi_{t+1}^{H,opt}} f_{t+1}^H\right] \quad (3.13)$$

$$f_t^H = \frac{\eta_H}{(\eta_H - 1)} mc_t^H y_t^{\mathrm{H}} + \xi\theta_H E_t \left[\frac{g_{t+1}^Z \pi_{c,t+1}}{R_t} \left(\frac{\tilde{\pi}_t^H}{\pi_{t+1}^H}\right)^{-\eta_H} f_{t+1}^H\right] \quad (3.14)$$

მოდელის შესავსებად, საჭიროა ნომინალური ფასების ინდექსი:

$$p_t^H = \left[\int_0^1 \left(p_{j,t}^H\right)^{1-\eta_H} dj\right]^{\frac{1}{1-\eta_H}}$$

[4] დეტალური ალგებრა იხელეთ დანართ E-ში

რომელიც შეიძლება შემდეგნაირად ჩაიწეროს:

$$\pi_t^H = \left[\theta_H\left(\pi_{c,t-1}^{\iota_H}\bar{\pi}_c^{1-\iota_H}\right)^{1-\eta_H} + (1-\theta_H)\left(\frac{p^{*H}_t}{p_t^H}\pi_t^H\right)^{1-\eta_H}\right]^{\frac{1}{1-\eta_H}}$$

ფირმების დონეზე ოპტიმალური პირობის პოვნის შემდგომ, შესაძლებელია მისი აგრეგირება. მოცემული დაშვების პირობებში, აგრეგრაცია შესაძლებელია იმიტომ, რომ ზღვრული ხარჯები და საწარმოო ტექნოლოგია იდენტურია ფირმებს შორის. მთავარ სირთულეს წარმოადგენს ფასებს შორის განსხვავება, რომელიც იწვევს განსხვავებას მოთხოვნასა და მიწოდებას შორის, რაც შემდეგნაირად გამოისახება:

$$\int_0^1 Y_{j,t}^H dj = \int_0^1 \left(\frac{p_{j,t}^H}{p_t^H}\right)^{-\eta_H} Y_t^H dj$$

რომელიც ასევე შესაძლებელია შემდეგნაირად ჩაიწეროს:

$$Y_t^H = \nu_t^H Y_t^{H,d}$$

სადაც $\nu_t^H = \int_0^1 \left(\frac{p_{j,t}^H}{p_t^H}\right)^{-\eta_H} dj$, მოცემული პარამეტრი გამოსახავს ფასების „დამახინჯების“ (Distortion) გამო კეთილდღეობის დანაკარგებს, რაც არათანაბარი ინფლაციის დროს იჩენს თავს (Yun, 2005). ν_t^H რეკურსიულად შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$\nu_t^H = \theta_H\left(\frac{\tilde{\pi}_{t-1}^H}{\pi_t^H}\right)^{-\eta_H}\nu_{t-1}^H + (1-\theta_H)\left(\frac{p^{*H}_t}{p_t^H}\right)^{-\eta_H} \tag{3.15}$$

3.4. არასანავთობო საქონლის იმპორტიორები

არასანავთობო პროდუქტის იმპორტიორები ფასებს აწესებენ მოგების მაქსიმიზაციის პრობლემის მიხედვით. ისევე როგორც შუალედური მოხმარების საქონლის მწარმოებლები, იმპორტიორებიც ფასების ხელახლა ოპტიმალურად დაწესებას თითოეულ პერიოდში ახდენენ მუდმივი ალბათობით $(1-\theta_F)$ და ხოლო როდესაც θ_F ალბათობით ვერ ახდენენ ფასების ოპტიმალურ დაწესებას ისინი მიყვებიან მარტივი ინდექსაციის წესს:

$$p_{j,t}^F = p_{j,t-1}^F \pi_{c,t-1}^{\iota_F}\bar{\pi}_c^{1-\iota_F} = p_{j,t-1}^F\tilde{\pi}_{t-1}^F$$

$$\chi_{t,s}^F = \prod_{k=1}^{s} \frac{\tilde{\pi}_{t+k-1}^F}{\pi_{t+k}^F}$$

$$\frac{P_{j,t+s}^F}{P_{t+s}^F} = \frac{P_{j,t}^F}{P_t^F}\chi_{t,s}^F$$

$$\chi_{t,s+1}^F = \chi_{t+1,s}^F\frac{\tilde{\pi}_t^F}{\pi_{t+1}^F}$$

რეალური ზღვრული დანახარჯები იმპორტიორებისათვის წარმოადგენს რეალურ ეფექტურ გაცვლით კურსს. მოგების მაქსიმიზაციის პრობლემას შემდეგი სახე აქვს:

$$\max_{p_{j,t}^F} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left[\left(P_{j,t+s}^F - P_{t+s}^* S_{t+s} \right) Imp_{(j,t+s)}^D \right]$$

შემდეგი პირობით

$$Imp_{(j,t+s)}^D = \left(\frac{P_{j,t}^F}{P_t^F} \right)^{-\eta_F} Imp_{t+s}^{D,Noil}$$

ამ ორი ტოლობის გაერთიანებით ოპტიმიზაციის პრობლემის ამოხსნის შემდგომ მიღებული პირობა იქნება:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\chi_{t,s}^F \right)^{1-\eta_F} \frac{p_{j,t}^{opt}}{p_t^F} \pi_{c,t+1} imp_{t+s}^{D,Noil} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\chi_{t,s}^F \right)^{-\eta_F} \frac{\eta_F}{(\eta_F - 1)} \frac{rer_{t+s}}{p_{t+s}^F} \pi_{c,t+1} imp_{t+s}^{D,Noil}$$

მოცემული პირობის რეკურსიული წესით ამოხსნის შემდგომ და ტოლობის ორივე მხარის დამოუკიდებლად ჩაწერის შემდგომ მიიღება ფილიპსის მრუდი იმპორტული საქონლისთვის:

$$f_t^F = p_{j,t}^{opt} imp_t^{D,Noil} + (\xi\theta_H) E_t \left[\frac{\pi_{c,t+1} g_{t+1}^z}{R_t} \left(\frac{\tilde{\pi}_t^F}{\pi_{t+1}^F} \right)^{1-\eta_F} \frac{p_t^F}{p_{t+1}^F} \frac{p_{t+1}^{F,opt}}{p_t^{F,opt}} f_{t+1}^F \right] \tag{3.16}$$

$$f_t^F = \frac{\eta_F}{(\eta_F - 1)} rer_t imp_t^{D,Noil} + (\xi\theta_H) E_t \left[\frac{\pi_{c,t+1} g_{t+1}^z}{R_t} \left(\frac{\tilde{\pi}_t^F}{\pi_{t+1}^F} \right)^{-\eta_F} f_{t+1}^F \right] \tag{3.17}$$

იმპორტის შეფარდებით ფასები იქნება:

$$p_t^F = \left[\theta_F \left(p_{t-1}^F \frac{\tilde{\pi}_{t-1}^F}{\pi_{c,t}} \right)^{1-\eta_F} + (1-\theta_F) \left(p_t^{F,opt} \right)^{1-\eta_F} \right]^{\frac{1}{1-\eta_F}}$$

იმპორტის ფასების დსიპერსიით გამოწვეული კეთილდღეობის დანაკარგი:

$$v_t^F = \theta_F \left(\frac{\tilde{\pi}_{t-1}^F}{\pi_{c,t}} \right)^{-\eta_F} v_{t-1}^F + (1-\theta_F) \left(\frac{p_t^{F,opt}}{p_t^F} \right)^{-\eta_F}$$

იმპორტის ფასების ინფლაცია:

$$\pi_t^F = \frac{p_t^F}{p_{t-1}^F} \pi_{c,t}$$

არასანავთობო იმპორტის მიწოდება და მოთხოვნა:

$$imp_t^S = v_t^F imp_t^{D,Noil}$$

არასანავთობო იმპორტიორი ფირმების მოგება:

$$d_t^M = p_t^F imp_t^{D,Noil} - rer_t imp_t^S$$

არასანავთობო პროდუქტზე მოთხოვნა:

$$imp_t^{D,Noil} = c_t^{F,Noil} + inv_t^{F,Noil} + inv_{G,t}^{F,Noil}$$

ნავთობის იმპორტიორი ფირმები ოპტიმიზაციის პრობლემას არ აწყდებიან, მათი მიწოდება არის ეგზოგენური და მთლიანად აკმაყოფილებს ნავთობზე მოთხოვნას ეკონომიკაში. მთლიანი ნავთობის იმპორტი შემდეგნაირად გამოისახება:

$$imp_t^{D,Oil} = c_t^{Oil} + inv_t^{Oil} + inv_{G,t}^{Oil}$$

ხოლო მთლიანი იმპორტი კი:

$$imp_t = imp_t^{D,Oil} + imp_t^S$$

3.5. კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები

კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები აქირავებენ საკუთარი კაპიტალის მარაგს შუალედური საქონლის მწარმოებლებზე. (Christiano, Eichenbaum, & Evans, 2005) და (Kumhof, Laxton, Muir, & Mursula, 2010) მიხედვით, ისინი წყვეტენ არსებული კაპიტალის უტილიზაციას K_{t-1} ისე, რომ შუალედური საქონლის მწარმოებლებზე გაქირავებული კაპიტალის ეფექტიანი დონე იყოს:

$$K_t^u = \gamma_t^K K_{t-1}$$

სადაც γ_t^K წარმოადგენს კაპიტალის უტილიზაციის ტემპს. მაგრამ, კაპიტალის უტილიზაციის ტემპის დონის ზრდა დანახარჯებთანაა დაკავშირებული. ხარჯები განსაზღვრულია როგორც $P_t^H \Omega_K(\gamma_t^K) K_{t-1}$, ჩაზნექილი ფუნქციაა:

$$\Omega_K(\gamma_t^K) = \frac{1}{2}\vartheta_1\vartheta_2(\gamma_t^K)^2 + \vartheta_1(1-\vartheta_2)\gamma_t^K + \vartheta_1\left(\frac{\vartheta_2}{2} - 1\right) \tag{3.18}$$

კაპიტალის მწარმოებლებისთვის კაპიტალის მარაგის დაგროვების ფუნქციაა:

$$K_t = (1-\delta)K_{t-1} + z_t^{Inv} Inv_t \tag{3.19}$$

სადაც δ არის კაპიტალის ცვეთის ნორმა, ხოლო Inv_t კი ინვესტიციები. კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები აწყდებიან ინვესტიციების ცვლილების დანახარჯებს, რომელსაც შემდეგი ფორმა აქვს:

$$\Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1}) = \frac{\alpha_{Inv}}{2}\left(\frac{Inv_t}{Inv_{t-1}} - \bar{g}^z\right)^2 \tag{3.20}$$

კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები თავიანთ მთლიან მოგებას უხდიან OLG შინამეურნეობებს დივიდენდის სახით:

$$D_t^K = (1-\tau_t^K)\left[(R_t^K\gamma_t^K - P_t^H\Omega_K(\gamma_t^K) + \tau_{K,t}\delta Q_t)K_{t-1} - P_t^{Inv} Inv_t(1 + \Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1}))\right]$$

კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები ისე არჩევენ ინვესტიციებს - Inv_t, კაპიტალს - K_t და უტილიზაციის ტემპს γ_t^K, რომ მოახდინონ მიმდინარე და მომავალი დივიდენდების

დისკონტირებული ჯამის მაქსიმიზაცია, სადაც დისკონტირების ფაქტორად იყენებენ კორპორატიული საპროცენტო განაკვეთს - R_t^{corp}. კორპორატიული საპროცენტო განაკვეთი, როგორც წესი უფრო მეტია ვიდრე სამთავრობო ობლიგაციებზე განაკვეთი, შედეგად ეს გავლენას ახდენს ადგილობრივ ობლიგაციების და კაპიტალის ურთიერთჩანაცვლებაზე. შინამეურნეობები უპირატესობას ანიჭებენ ადგილობრივ ობლიგაციებს (რადგანაც ისინი ნაკლებ რისკიანია) კაპიტალთან შედარებით, რადგან ამ უკანასკნელში უკუგების ნორმა ძნელად განსასაზღვრია. შედეგად მთავრობის ვალის ზრდა გამოდევნის კერძო ინვესტიციებს, რითაც აძლიერებს მოდელის არარიკარდიანულ ქცევას.

შედეგად მიღებული პირველი რიგის პირობები კაპიტალთან, ინვესტიციებთან და უტილიზაციის კოეფიციენტთან მიმართებაში არის:

$$Q_t = \frac{R_{t,t}^{corp}}{R_{t,t+1}^{corp}}\left[Q_{t+1}(1-\delta) + (1-\tau_{t+1}^K)(R_{t+1}^K\gamma_{t+1}^K - P_{t+1}^H\Omega_K(\gamma_{t+1}^K) + \tau_{K,t+1}\delta Q_{t+1})\right] \qquad (3.21)$$

$$\begin{aligned} Q_t z_t^{Inv} = P_t^{Inv}&\left[\left(1+\frac{\alpha_{Inv}}{2}\left(\frac{Inv_t}{Inv_{t-1}}-\bar{g}^z\right)^2\right) + Inv_t\alpha_{Inv}\left(\frac{Inv_t}{Inv_{t-1}}-\bar{g}^z\right)\frac{1}{Inv_{t-1}}\right] \\ &- \frac{R_{t,t}^{corp}}{R_{t,t+1}^{corp}}P_{t+1}^{Inv}\alpha_{Inv}\left(\frac{Inv_{t+1}}{Inv_t}-\bar{g}^z\right)\frac{Inv_{t+1}}{inv_t} \end{aligned} \qquad (3.22)$$

$$R_t^K = \left(P_t^H\left(\vartheta_1\vartheta_2\,\gamma_t^K + \vartheta_1(1-\vartheta_2)\right)\right) \qquad (3.23)$$

(3.21) ტოლობა აღნიშნავს ტობინის Q-ს (ინვესტიციების შეფარულ ფასს), რომელიც უდრის დღევანდელი ერთი ერთეული ინვესტიციებიდან მოსალოდნელ მოგების ჯამის დისკონტირებულ მნიშვნელობას. (3.22) განტოლება არის ინვესტიციებზე მოთხოვნის განტოლება, რომელიც გულისხმობს რომ საინვესტიციო საქონლის საბაზრო ფასი P_t^{Inv}, ინვესტიციების კორექტირების დანახარჯების გათვალისწინებით უნდა უდრიდეს ტობინის Q-ს. ხოლო (3.23) განტოლება კი განსაზღვრავს კაპიტალის უტილიზაციის ოპტიმალურ დონეს იმ პრინციპით, რომ ზღვრული დანახარჯები, რომელიც გამოწვეულია უტილიზაციის დონის ზრდით უნდა უდრიდეს კაპიტალზე მოცემული ზრდით გამოწვეულ ამონაგებს.

4. მონეტარული პოლიტიკა

დაშვების თანახმად, მოდელში ცენტრალურ ბანკს მონეტარული პოლიტიკის გატარებისთვის გააჩნია ორი ინსტრუმენტი. პირველი ინსტრუმენტს წარმოადგენს მოკლევადიანი ნომინალური საპროცენტო განაკვეთი, ხოლო მეორეს - სავალუტო ინტერვენციები. ცენტრალური ბანკი იყენებს მოცემულ ინსტრუმენტებს რათა გააკონტროლოს ინფლაცია და შეამციროს ნომინალური გაცვლითი კურსის მერყეობები[5].

რამდენიმე მონეტარული წესის გამოყენებით ცენტრალური ბანკი ახორციელებს ზემოთ მოცემული მიზნების მიღწევას. საპროცენტო განაკვეთის წესი (ტეილორის წესი) გამოიყენება, რათა მოხდეს მოკლევადიანი ნომინალური საპროცენტო განაკვეთის განსაზღვრა. ამ წესის მიხედვით მონეტარული პოლიტიკა რეაგირებას ახდენს ინფლაციის გადახრაზე მისი მიზნობრივი მაჩვენებლიდან და გამოშვების გადახრაზე პოტენციური დონიდან. ტეილორის წესს შემდეგი სახე გააჩნია:

$$R_t^{Unc} = R_{t-1}^{\rho_R}\left(\bar{R}_t\left(\frac{\pi_{c,t+1}}{\bar{\pi}_c}\right)^{\varphi_\pi}\left(\frac{y_t}{\bar{y}_t}\right)^{\varphi_Y}\right)^{1-\rho_R}\exp(z_t^m) \tag{4.1}$$

სადაც ρ_R წარმოადგენს მოსწორების პარამეტრს, φ_π და φ_Y განსაზღვრავენ მონეტარული პოლიტიკის რეაქციას ინფლაციის და გამოშვების მათ გრძელვადიან წონასრული დონეებიდან გადახრაზე, ხოლო z_t^m არის მონეტარული პოლიტიკის შოკი. R_t^{Unc} არის შეუზღუდავი პოლიტიკის განაკვეთი, რომელსაც გაჩნია ქვედა ზღვარი. შედეგად, საბოლოო პოლიტიკის განაკვეთი R_t არის:

$$R_t = \max\left(R_t^{Unc}, \underline{R}\right) \tag{4.2}$$

სადაც $\underline{R}$ წარმოადგენს პოლიტიკის განაკვეთის ქვედა ზღვარს.

მოდელში ეროვნული ბანკის ბალანსი შედგება წმინდა უცხოური აქტივების ფლობისგან, $B_{CB,t}^*$, სარეზერვო ფულისგან M_t, საშინაო წმინდა ვალდებულებებისგან $B_{CB,t}$ (რომელის წარმოადგენს ცენტრალური ბანკის მიერ გამოშვებულ ფასიან ქაღალდებს გამოკლებული ის სამთავრობო ფასიანი ქაღალდები, რომელსაც ცენტრალური ბანკი ფლობს), და ცენტრალური ბანკის კაპიტალისგან $Cap_{CB,t}$. ცენტრალური ბანკის ბალანსი მოცემული t პერიოდისთვის შემდეგნაირად გამოიყურება:

ცხრილი 1. ცენტრალური ბანკის ბალანსი

აქტივები	ვალდებულებები
$S_t B_{CB,t}^*$	$B_{CB,t}$
	M_t
	$Cap_{CB,t}$

[5] მოდელში გათვალისწინებულია რიგი ინსტრუმენტები, რომელიც მიზნად ისახავს სხვადასხვა სტრეს-სცენარების ანალიზსა და პოლიტიკის ალტერნატივების სიმულაციას, მათ შორის კვლევითი მიზნებისათვის. არცერთ შემთხვევაში ეს არ უდა იქნას გაგებული, როგორც საქართველოს ეროვნული ბანკის არსებული მონეტარული ან სავალუტო პოლიტიკის ინტერპრეტაცია.

ცენტრალური ბანკის მოგება შეადგენს:

$$D_t^{CB} = R_{t-1}^{fa} S_t B_{CB,t-1}^* - R_{t-1}^G B_{CB,t-1} - M_{t-1} - Cap_{CB,t-1} \tag{4.3}$$

ხოლო ცენტრალური ბანკის კაპიტალი დროში შემდეგნაირად აკუმულირდება:

$$Cap_{CB,t} = Cap_{CB,t-1} + D_t^{CB} - QDef_t \tag{4.4}$$

სადაც $QDef_t$ არის კვაზი-ფისკალური დეფიციტი (როცა $QDef_t < 0$, ეს ნიშნავს რომ ადგილი აქვს რეკაპიტალიზაციას, ხოლო თუ $QDef_t > 0$ პირდაპირ დაფინანსებას). მოდელში კაპიტალიზაციის წესი უზრუნველყოფს ცენტრალური ბანკის კაპიტალის სტაბილურობას, ფასების დონესა და ტექნოლოგიურ ზრდასთან მიმართებაში:

$$Cap_{CB,t} = \rho_{CapCB} Cap_{CB,t-1} \pi_{c,t} g_t^z + \left(1 - \rho_{CapCB}\right) \overline{Cap}_{CB,t}$$

მოცემული წესის მიხედვით, ეროვნული ბაკის მოგება და წაგება მუდმივად ხდება ათვისებული მთავრობის ბალანში.

ცენტრალური ბანკის კიდევ ერთ ინსტრუმენტს მოდელში წარმოადგენს სავალუტო ინტერვენციები, რათა მოახდინოს გაცვლითი კურსის მერყეობების შემცირება. რომლისთვისაც იყენებს შემდეგ წესს:

$$B_{CB,t}^* = \rho_{B_{CB}^*} B_{CB,t-1}^* \pi_{c,t}^* g_t^z \left(\frac{S_{t+1} \bar{\pi}_c^*}{S_t \bar{\pi}_c}\right)^{-\psi_b} + \left(1 - \rho_{B_{CB}^*}\right) \bar{b}_{CB}^* P_t^* Z_t + \frac{\overline{gdp}}{\overline{rer}_t} P_t^* Z_t z_t^{B_{CB}^*} \tag{4.5}$$

სადაც ψ_b განსაზღვრავს ინტერვენციების ინტენსივობას. რაც უფრო მაღალია ψ_b მით უფრო ნაკლებად აძლევს ნომინალურ გაცლით კურსის მერყეობის საშუალებას. პარამეტრი $\rho_{B_{CB}^*}$ განსაზღვრავს თუ რა სისწრაფით მოხდება წმინდა უცხოური აქტივების დაახლოება მის სამიზნე $\bar{b}_{CB}^*$ მნიშვნელობასთან. ინტერვენციების (4.5) წესი პოლიტიკის განაკვეთის (4.1) წესთან ერთად, უზრუნველყოფს რომ სავალუტო ინტერვენციები იყოს სტერილიზებული, და ცვლილება ასახულია ცენტრალური ბანკის წმინდა ადგილობრივ ვალდებულებებში.

4.1. საპროცენტო განაკვეთების სტრუქტურა

პოლიტიკის განაკვეთი განსაზღვრავს სხვა საპროცენტო განაკვეთებს ადგილობრივ ბაზარზე, რომლებიც შემდგომ გამოიყენება შინამეურნეობების შემოსავლების სხვადასხვა კომპონენტის დისკონტირებისათვის. კორპორატიული ნომინალური საპროცენტო განაკვეთი შემდეგი სახისაა:

$$R_t^{corp} = \left(R_t Prem_t^{corp}\right)^{1/T^{Corp}} \left(R_{t+1}^{corp}\right)^{(1-1/T^{Corp})} \tag{4.6}$$

სადაც T^{Corp} არის კორპორატიული სესხების ეფექტური ვადიანობა, ხოლო $Prem_t^{corp}$ არის კორპორატიული პრემიუმი (რომელიც მოიცავს რისკის და ვადიანობის, რომელიც დაკავშირებულია პოლიტიკის განაკვეთთან, პრემიუმებს). კორპორატიული პრემიუმი შემდეგი სახითაა წარმოდგენილი:

$$Prem_t^{corp} = \left(Prem_{t-1}^{corp}\right)^{\rho_{corp}} \left(\overline{Prem}^{Corp}\right)^{1-\rho_{corp}} \exp\left(z_{prem,t}\right) \tag{4.7}$$

სახელმწიფო ფასიანო ქაღალდების საპროცენტო განაკვეთი ასევე დამოკიდებულია პოლიტიკის განაკვეთზე, ვადიანობის პრემიის გათვალისწინებით:

$$R_t^g = \left(R_t TPrem_t^g\right)^{1/T^g} \left(R_{t+1}^g\right)^{1-1/T^g} \tag{4.8}$$

სადაც T^g არის სახელმწიფო ბონდების ეფექტური ვადიანობა და $TPrem_t^g$ არის ვადიანობის პრემიუმი.

სუვერენული FCY საპროცენტო განაკვეთი განსაზღვრულია შემდეგნაირად:

$$R_t^{Sov} = R_t^* Prem_t^{Sov} \tag{4.9}$$

სადაც სუვერენული რისკ პრემიუმი არის სახელმწიფო კონსოლიდირებული ვალის გადახრა მისი მიზნობრივი დონიდან და ეგზოგენური ნაწილისაგან:

$$Prem_t^{Sov} = Prem_{ex,t}^{Sov} + \alpha_{Prem^{Sov}} \left(\exp\left(\frac{B_{G,t} + B_{CB,t}}{GDP_t} - \bar{B}_G^{rat} - \bar{B}_{CB}^{rat}\right) - 1\right) \tag{4.10}$$

$$Prem_{ex,t}^{Sov} = \left(Prem_{ex,t-1}^{Sov}\right)^{\rho_{Prem_{ex}^{Sov}}} \left(\overline{Prem}_{ex}^{Sov}\right)^{1-\rho_{Prem_{ex}^{Sov}}} \exp\left(z_{Sov,t}^{Prem_{ex}}\right) \tag{4.11}$$

და მთავრობის საპროცენტო განაკვეთი უცხოურ კომერციულ სესხებაზე წარმოადგენს:

$$R_t^{G,EB} = (R_t^{Sov} TPrem_t^{EB})^{1/T^{EB}} \left(R_{t+1}^{G,EB}\right)^{1-1/T^{EB}} \tag{4.12}$$

ხოლო უცხოურ აქტივებზე საპროცენტო განაკვეთი:

$$R_t^{fa} = \left(R_t^* TPrem_t^{fa}\right)^{1/T^{fa}} \left(R_{t+1}^{fa}\right)^{1-1/T^{fa}} \tag{4.13}$$

სადაც T^{fa} და T^{EB} წარმოადგენენ უცხოურ აქტივებსა და უცხოურ სესხებზე ეფექტურ ვადიანობებს.

კერძო სექტორი, მას შემდეგ რაც ის გაზრდის უცხოური აქტივების პოზიციებს, მას მოუწევს უფრო მაღალი LCY რისკ პრემიუმის გადახდა:

$$\begin{aligned} Prem_t^{LCY} = Prem_{ex,t}^{LCY} & \\ &+ \alpha_{Prem^{LCY}} \left(\exp\left(\frac{B_t^* - B_{G,t}^{Cons} - B_{G,t}^{EB} - B_{G,t}^*}{GDP_t} - \bar{b}^{*,rat} + \bar{B}_G^{Cons,rat} + \bar{B}_G^{EB,rat}\right.\right. \\ &\left.\left. + \bar{b}_G^{*,rat}\right) - 1\right) \end{aligned} \tag{4.14}$$

სადაც ეგზოგენური ნაწილი დროში ავტორეგრესიული პროცესით ვითარდება:

$$Prem_{ex,t}^{LCY} = \left(Prem_{ex,t-1}^{LCY}\right)^{\rho_{Prem_{ex}}^{LCY}} (P\bar{r}em_{ex}^{LCY})^{1-\rho_{Prem_{ex}}^{LCY}} \exp\left(z_{LCY,t}^{Prem_{ex}}\right) \tag{4.15}$$

რისკ პრემიუმები არიან დადებითად დამოკიდებულნი ვალი/მშპ-ის თანაფარდობაზე და $\alpha_{Prem^{LCY}}$, $\alpha_{Prem^{Sov}}$ ელასტიურობებზე.

5. ფისკალური პოლიტიკა

მთავრობის შემოსავლებს შეადგენს გადასახადები მოხმარებაზე, კაპიტალზე, შრომაზე, ნედლეულის სექტორიდან მიღებულ შემოსავლები, გრანტები და კვაზი ფისკალური დეფიციტი ცენტრალური ბანკიდან:

$$Rev_t = Tax_t^C + Tax_t^K + Tax_t^N + S_t P_{com,t}^* (1 - \gamma_{com}) Y_t^{Com} + Grants_t + QDef_t, \qquad (5.1)$$

სადაც საგადასახადო შემოსავლები განსზღვრულია როგორც საგადსახადო განაკვეთი $(\tau_{j,t})$ გამრავლებული საგადასახადო ბაზაზე $(TB_{j,t})$: $Tax_{j,t} = \tau_{j,t} TB_{j,t}$, სადაც $j = \{C, K, N\}$. $Grants_t$ და $QDef_t$ არის უცხოური დახმარება და ცენტრალური ბანკის დეფიციტი.

მთავრობის მთლიანი ნომინალური ხარჯები არის:

$$Exp_t^n = C_{g,t}^n + Inv_{g,t}^n + Tr_t^n + IntCost_t^n \qquad (5.2)$$

სადაც $C_{g,t}^n$ არის მთავრობის ნომინალური მოხმარება, $Inv_{g,t}^n$ ნომინალური კაპიტალური დანახარჯები, Tr_t^n ნომინალური ტრანსფერები HTM და OLG შინამეურნეობებზე, ხოლო $IntCost_t^n$ არის ნომინალური სესხის მომსახურების ხარჯი, რომელიც შედგება ადგილობრივი, საგარეო შეღავათიანი და საგარეო კომერციული სესხის მომსახურების ხარჯებისგან:

$$IntCost_t^n = \left(R_{t-1}^{G,Dom} - 1\right) B_{G,t-1}^{Dom} + S_t \left(R_{t-1}^{G,EB} - 1\right) B_{G,t-1}^{EB} + S_t \left(R_{t-1}^{G,Cons} - 1\right) B_{G,t-1}^{Cons} \qquad (5.3)$$

სადაც $R_{t-1}^{G,Cons}$ წარმოადგენს ეგზოგენურ საპროცენტო განაკვეთს შეღავათიან ვალზე.

მთლიანი მთავრობის დეფიციტი იქნება:

$$\begin{aligned} Def_t = Exp_t - Rev_t \\ &= C_{g,t}^n + Inv_{g,t}^n + Tr_t^n + IntCost_t^n - Tax_t^C - Tax_t^K - Tax_t^N \\ &- S_t P_{com,t}^* (1 - \gamma_{com}) Y_t^{Com} - Grants_t - QDef_t \end{aligned} \qquad (5.4)$$

სახელმწიფო ვალის სტაბილურობის უზრუნველსაყოფად, მოდელში შემოტანილია ფისკალური წესები. ფისკალური წესები განსაზღვრულია დეფიციტისთვის (მთლიანი ან პირველადი დეფიციტი). მთავრობას შეუძლია აირჩიოს შემოსავლის წყაროდან რომელიმე კომპონენტი (საგადასახადო განაკვეთები) და ხარჯების კომპონენტები (მთავრობის ნომინალური მოხმარება, ნომინალური კაპიტალური დანახარჯები, ნომინალური ტრანსფერები HTM და OLG შინამეურნეობებზე), რათა გამოიყენოს ეს ინსტრუმენტები რათა მიაღწიოს დეფიციტის მიზნობრივ დონეს. მთლიანი და პირველადი დეფიციტის წესები, ისეა განსაზღვრული რომ რეაგირება მოხდეს მოსალოდნელი ვალის მიზნობრივი მაჩვენებლიდან გადახრაზე, რათა დასტაბილურდეს ვალის დაგროვება.

მთლიანი დეფიციტისთვის შემდეგი წესი გამოიყენება:

$$Def_t^{Rule} = (1 - A_D)\left(\rho_G Def_{t-1}^{rat} + (1 - \rho_G)\left(Def_t^{tar} - \phi_B\left(B_{G,t+1}^{rat} - B_{G,t+1}^{tar}\right) - \phi_y\left(\frac{Y_t - \bar{y}_t}{\bar{y}_t}100\right)\right)\right) + A_D\left(Def_t^{Prim} + IntCost_t\right) \quad (5.5)$$

პირველადი დეფიციტის წესი:

$$Def_t^{Prim,Rule} = A_D\left(\rho_G Def_{t-1}^{Prim,rat} + (1 - \rho_G)\left(Def_t^{Prim,tar} - \phi_B\left(B_{G,t+1}^{Prim,rat} - B_{G,t+1}^{Prim,tar}\right) - \phi_y\left(\frac{Y_t - \bar{y}_t}{\bar{y}_t}100\right)\right)\right) + (1 - A_D)(Def_t - IntCost_t) \quad (5.6)$$

სადაც A_D არის პარამეტრი, რომლის მეშვეობითაც ხდება განსაზღვრა თუ რომელი წესი იყოს აქტიური. თუ $A_D = 0$ მაშინ მთლიანი დეფიციტი რეაგირებას მოახდენს ვალის გადახრაზე მისი მიზნობრივი მაჩვენებლიდან და მშპ-ის გაპს, და ამ დროს პირველადი დეფიციტი განსაზღვრულია როგორც მთლიან დეფიციტს გამოკლებული სესხის მომსახურება. ხოლო თუ $A_D = 1$, მაშინ მთლიანი დეფიციტი განსაზღვრულია როგორც პირველად დეფიციტს დამატებული სესხის მომსახურება, და პირველადი დეფიციტი რეაგირებას ახდენს ვალის გადახრაზე მისი მიზნობრივი მაჩვენებლიდან და მშპ-ის გაპზე.

როდესაც უკვე განსაზღვრულია ვალის ოპტიმალური დონე, შესაძლებელია ასევე განისაზღვროს ბიუჯეტის კომპონენტების ოპტიმალური საპროგნოზო მნიშვნელობები მომდევნო წლისათვის.

ბიუჯეტის დეფიციტის დონის საპროგნოზო მაჩვენებელი განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$Def_t^{Proj,n} = \frac{\left(Def_{t+1}^{Rule} + z_t^{Def^{Proj}}\right) GDP_{t+1}}{100} \quad (5.7)$$

და პირველადი ბიუჯეტის ხარჯვითი ნაწილი შემდგომი წლისათვის იქნება:

$$Budget_t^{Proj,n} = Rev_{t+1} - IntCost_{t+1} + Def_t^{Proj,n} \quad (5.8)$$

მთლიანი მთავრობის ხარჯების განსაზღვრის შემდგომ, უნდა განისაზღვროს მთავრობის ხარჯების კომპონენტების მნიშვნელობებიც. იმისათვის რათა დადგინდეს საპროგნოზო მაჩვენებელი მთავრობის მოხმარებისა და ტრანსფერებისთვის, გამოიყენება ამ კომპონენტების ფაქტობრივი და გრძელვადიანი მნიშვნელობების შეწონილი საშუალო. რომელიც დაკორექტირებულია დანახარჯების და მშპ-ის გადახრებიდან მათი მდგრადი მდგომარეობიდან. ხოლო მთავრობის კაპიტალური ხარჯები დატოვებულია ნარჩენობით წევრად.

$$C_{g,t}^{Proj,n} = \frac{\rho_{C_g} C_{g,t}^{rat} + \left(1-\rho_{C_g}\right) \bar{c}_g^{n,tar} \frac{\overline{gdp}}{GDP_{t+1}} \frac{Budget_t^{Proj,n}}{\overline{budget}^{Proj,n}} + z_t^{C_{g,t}^{Proj,n}}}{100} GDP_{t+1} \qquad (5.9)$$

$$Tr_{j,t}^{Proj,n} = \frac{\rho_{tr_j} Tr_{j,t}^{rat} + \left(1-\rho_{tr_j}\right) \overline{tr}_{j,t}^{rat} \frac{\overline{gdp}}{GDP_{t+1}} \frac{Budget_t^{Proj,n}}{\overline{Budget}^{Proj,n}} + z_t^{Tr_{j,t}^{Proj,n}}}{100\omega_j} GDP_{t+1} \qquad (5.10)$$

$$j = \{r, o\}$$

$$Inv_{g,t}^{Proj,n} = Budget_t^{Proj,n} - C_{g,t}^{Proj,n} - (1-\omega) Tr_{o,t}^{Proj,n} - \omega Tr_{r,t}^{Proj,n} \qquad (5.11)$$

ამასთან, (5.10) განტოლებისათვის $j = \{r, o\}$. ρ_{C_g} და ρ_{tr_j} მნიშვნელობები განსაზღვრავს თუ რამდენად ხისტია კომპონენტები (რამდენად სწრაფად ან ნელა ხდება მის მდგრად მნიშვნელობაზე დაბრუნება).

მას შემდეგ, რაც განისაზღვრა ბიუჯეტის საპროგნოზო მაჩვენებლები, ოპტიმალური დეფიციტს მიხედვით, ბიუჯეტის განხორციელების დროს შესაძლოა ადგილი ქონდეს ეგზოგენურ პროცესებს რაც გამოიწვევს ბიუჯეტის კომპონენტების მათი საპროგნოზო მნიშვნელობებისაგან გადახრას. რაც საბოლოოდ აისახება დეფიციტის ზრდაში ან კლებაში. ეს კი ნიშნავს, რომ განხორციელების დროს ბიუჯეტის დეფიციტი არის ნარჩენობითი წევრი, ხოლო მთავრობის ხარჯები განხორციელებისას განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$C_{g,t}^n = C_{g,t-1}^{Proj,n} + z_t^{C_{g,t}^n} \frac{GDP_t}{100} \qquad (5.12)$$

$$Tr_{j,t}^n = Tr_{j,t-1}^{Proj,n} + z_t^{Tr_{j,t}^n} \frac{GDP_t}{100\omega_j}, \qquad j = \{r, o\} \qquad (5.13)$$

$$Inv_{g,t}^n = Inv_{g,t-1}^{Proj,n} + z_t^{Inv_g^n} \frac{GDP_t}{100} \qquad (5.14)$$

ეფექტური საჯარო ინვესტიციები $Inv_{g,t}^{eff}$ ზრდის საჯარო კაპიტალის მარაგს $K_{g,t}$:

$$K_{g,t} = Inv_{g,t}^{eff} + \left(1-\delta_g\right) K_{g,t-1} \qquad (5.15)$$

სადაც ეფექტური საჯარო ინვესტიციები t პერიოდში არის:

$$Inv_{g,t}^{eff} = \xi_1 Inv_{g,t-3} + \xi_2 Inv_{g,t-2} + \xi_3 Inv_{g,t-1} + (1-\xi_1-\xi_2-\xi_3) Inv_{g,t} \qquad (5.16)$$

რაც შეეხება მთავრობის შემოსავლების კომპონენტებს, საგადასახადო განაკვეთი მოხმარებაზე, კაპიტალზე და შრომაზე გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\tau_{j,t} = \rho_{\tau_j} \tau_{j,t-1} + \left(1-\rho_{\tau_j}\right) \bar{\tau}_j + z_{\tau_j,t} \frac{GDP_t}{100\, TB_t^j}, \qquad j = \{C, K, N\} \qquad (5.17)$$

სადაც ρ_{τ_j} განსაზღვრავს საგადასახადო განაკვეთის სიხისტეს. საგადასახადო ბაზა თითოეული კომპონენტისთვის სხვადასხვაა:

$$TB_t^C = P_t^C C_t \qquad (5.18)$$

$$TB_t^N = W_t N_t^d \tag{5.19}$$

$$\begin{aligned} TB_t^K = A_k\big(\big[R_t^K \gamma_{K,t} - P_{H,t}\Omega_K\big(\gamma_{K,t}\big) - \delta Q_t\big]\,K_{t-1}\big) \\ + (1 - A_k)\Big(\big[R_t^K \gamma_{K,t} - P_{H,t}\Omega_K\big(\gamma_{K,t}\big)\big]\,K_{t-1} \\ - P_{Inv,t} Inv_t\big(1 + \Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1})\big)\Big) \end{aligned} \tag{5.20}$$

სადაც TB_t^C არის საგადასახადო ბაზა მოხმარების გადასახადისთვის (დღგ) , TB_t^N წარმოადგენს ბაზას შრომითი შემოსავლებისთვის (საშემოსავლო), ხოლო TB_t^K არის ბაზა კაპიტალზე გადასახადისთვის (მოგების გადასახადი). A_k საშუალებას იძლევა რომ მოხდეს ორი ტიპის საგადასახადო რეჟიმის შემოტანა, თუ $A_k = 0$, მაშინ საგადასახადო ბაზიდან ინვესტიციების ხარჯები ამოღებულია, ხოლო თუკი $A_k = 1$, მაშინ მხოლოდ ცვეთის ჩანაცვლებისთვის (ამორტიზაციისთვის) გამოყენებული ინვესტიციებია საგადასახადო ბაზიდან ამოღებული.

მიღებული გრანტები დამოკიდებულია მის წინა მნიშვნელობასა და გრძელვადიან მშპ/გრანტების თანაფარდობაზე:

$$Grants_t = \frac{\rho_{Grants} Grants_{t-1}^{rat} + (1 - \rho_{Grants})\overline{Grants}_t^{rat} + z_t^{Grants^{rat}}}{100} GDP_t \tag{5.21}$$

დეფიციტი კი შესაძლებელია რამდენიმე წყაროდან იყოს დაფინანსებული:

$$Def_t = Fin_t^{Dom} + S_t(Fin_t^{EB} + Fin_t^{Cons}) \tag{5.22}$$

სადაც Fin_t^{Dom} არის ადგილობრივი ვალი, Fin_t^{EB} და Fin_t^{Cons} კი წარმოადგენენ საგარეო კომერციულ და შეღავათიან ვალებს. მოდელში წარმოდგენილია საგარეო დაფინანსების წესი, მაშინ როდესაც სხვაობა დაფარული უნდა იყოს ადგილობრივი დანაზოგებით.

საგარეო კომერციული დაფინანსების წესს შემდეგი სახე აქვს:

$$\begin{aligned} Fin_t^{EB,rat} = \rho_{EB} Fin_{t-1}^{EB,rat} + (1 - \rho_{EB})\left(1 - \frac{1}{\bar{\pi}_{F,t}\bar{g}_t^z}\right) B_G^{EB,tar} + \alpha_{B_G^{EB}}(Def_t^{rat} - Def_t^{tar}) \\ - \phi_{Fin^{EB}} B_{G,t}^{rat}\left(\frac{B_{G,t+2}^{EB,rat}}{B_{G,t+2}^{rat}} - \alpha_{B_G^{EB}}\right) + \epsilon_{\gamma,t}^{EB} \end{aligned} \tag{5.23}$$

საგარეო შეღავათიან დაფინანსების წესს შემდეგი სახე აქვს:

$$\begin{aligned} Fin_t^{Cons,rat} = \rho_{Cons} Fin_{t-1}^{Cons,rat} + (1 - \rho_{Cons})\left(1 - \frac{1}{\bar{\pi}_{F,t}\bar{g}_t^z}\right) B_G^{Cons,tar} \\ + \phi_{Fin^{Cons}}\big(B_{G,t+2}^{Cons,rat} - B_{G,t}^{Cons,rat}\big) + \epsilon_{\gamma,t}^{Cons} \end{aligned} \tag{5.24}$$

მთლიანი მთავრობის ვალი შედგება ადგილობრივი, უცხოური კომერციული და შეღავათიანი სესხებისგან, რისი ჩაწერაც შემდეგნაირად არის შესაძლებელი:

$$B_{G,t} = B_{G,t}^{Dom} + S_t\big(B_{G,t}^{EB} + B_{G,t}^{Cons}\big) \tag{5.25}$$

ვალის დაგროვება თითოეული ტიპის ვალისთვის არის:

$$B_{G,t}^{Dom} = B_{G,t-1}^{Dom} + Fin_t^{Dom} \tag{5.26}$$

$$B_{G,t}^{EB} = B_{G,t-1}^{EB} + Fin_t^{EB} \tag{5.27}$$

$$B_{G,t}^{Cons} = B_{G,t-1}^{Cons} + Fin_t^{Cons} \tag{5.28}$$

როგორც უკვე აღინიშნა, ცენტრალური ბანკიც და მთავრობაც უშვებს ფასიან ქაღალდებს. მოცემული ფასიანი ქაღალდები შეძენილია უცხოური ინვესტორებისგან $B_{G,t}^{*}$ და ადგილობრივი შინამეურნეობებისგან. ფასიანი ქაღალდების ბაზარზე წონასწორობის პირობა შემდეგია:

$$B_t = B_{G,t}^{Dom} + B_{CB,t} - B_{G,t}^{*} \tag{5.29}$$

სადაც $B_{G,t}^{*}$ არის უცხოური მოთხოვნა ადგილობრივ აქტივებზე. უცხოური მოთხოვნა ადგილობრივ ფასიან ქაღალდებზე მოდელირებულია, როგორც ადგილობრივი და უცხოური რისკისგან თავისუფალი საპროცენტო განაკვეთების სხვაობის ფუნქცია:

$$B_{G,t}^{*} = P_t^C Z_t \bar{b}_G^{*} \left(\frac{\overline{Prem}_t^{Sov} \overline{Prem}_t^{LCY}}{Prem_t^{Sov} Prem_t^{LCY}} \right)^{\eta_{B_G^{*}}} \tag{5.30}$$

6. საგარეო სექტორი და საგადასახდელო ბალანსი

ექსპორტი, გარდა ნედლეულისა, შემდეგნაირად განისაზღვრება:

$$Exp_t = \left(P_{H,t}/S_t P_t^*\right)^{-\eta_{expt}} Y_t^* \qquad (6.1)$$

სადაც Y_t^*, არის უცხოური გამოშვება, ხოლო η_{expt} არის ექსპორტის ელასტიურობა რეალური გაცვლითი კურსის მიმართ.

საგარეო მოთხოვნა წარმოადგენს სავაჭრო პარტნიორების მშპ-ის ზრდის შეწონილ საშუალოს:

$$\frac{Y_t^*}{Y_{t-1}^*} = \prod_{j=1}^{n} \left(\frac{Y_{j,t}}{Y_{j,t-1}}\right)^{\zeta_{\mathrm{Y_j}}} \qquad (6.2)$$

სადაც $\sum_{j=1}^{n} \zeta_{\mathrm{Y_j}} = 1$.

შინამეურნეობებისთვის ფულადი გზავნილები ეგზოგენურია და შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$D_t^* = \left(D_{t-1}^* \pi_{c,t}^* g_t^z\right)^{\rho_{D^*}} \left(\left(\frac{rer_t^{rem}}{rer_t}\right)^{\eta^{D^*}} \alpha_{D^*} Y_t^*\right)^{1-\rho_{D^*}} \exp\left(z_{D^*,t}\right) \qquad (6.3)$$

სადაც rer_t^{rem} წარმოადგენს რეალური გაცვლითი კურსის მცოცავ საშუალოს:

$$rer_t^{rem} = \left(\prod_{j=-2}^{2} rer_{t+j}\right)^{1/5} \qquad (6.4)$$

ამ სახით ფულადი გზავნილების სპეციფიკაცია დამოკიდებულია გამომგზავნი ქვეყნის შემოსავლების დონეზე. მეტიც, ფულადი გზავნილების გამომგზავნი, გარკვეულწილად აკომპენსირებენ დროებით მერყეობებს რეალურ გაცვლითი კურსში, რათა შეინარჩუნონ ფულადი გზავნილების მსყიდველუნარიანობა სამშობლოში. კომპენსირების დონე დამოკიდებულია η^{D^*} პარამეტრზე. OLG შინამეურნეობები იღებენ α_{D^*} წილს მთლიანი ფულადი გზავნილებიდან. ხოლო HTM შინამეურნეობები იღებენ $1-\alpha_{D^*}$ წილს მთლიანი ფულადი გზავნილებიდან.

საგადასახადო ბალანსის შეზღუდვა (ეროვნულ ვალუტაში) არის:

$$S_t B_t^* - B_{G,t}^* = \left[\left(P_{H,t} Exp_t + Y_t^{Com} S_t P_{co,t}^* + S_t D_t^*\right) - S_t P_t^* Imp_t\right] + R_{t-1}^{fa} S_t B_{t-1}^* - R_{t-1}^{g} B_{G,t-1}^* \qquad (6.5)$$

და ქვეყნის მთლიანი უცხოური აქტივები იქნება:

$$B_t^* = B_{CB,t}^* + (1-\omega) B_{o,t}^* \qquad (6.6)$$

7. საბაზრო წონასწორობა

ერთობლივი მოთხოვნისა და მიწოდების წონასწორობა:

$$
\begin{aligned}
P_{H,t}Y_t^{H,d} = P_{H,t}\left(C_t^H + Inv_t^H + C_{g,t}^H + Inv_{g,t}^H + Exp_t^H\right) + P_t^{Inv} Inv_t \Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1}) \\
+ (1-\omega)\left(1-\tau_{C,t}\right)P_t^C C_{o,t}\Omega_M\left(V_{o,t}\right) + \omega\left(1-\tau_{C,t}\right)P_t^C C_{r,t}\Omega_M\left(V_{r,t}\right)
\end{aligned}
\tag{7.1}
$$

აგრეგირებული მთავრობის ფასიანი ქაღალდების ფლობა:

$$B_t = (1-\omega)B_{o,t} \tag{7.2}$$

აგრეგირებული მოხმარება:

$$C_t = (1-\omega)C_{o,t} + \omega C_{r,t} \tag{7.3}$$

აგრეგირებული შორმის მიწოდება:

$$N_t = (1-\omega)N_{o,t} + \omega N_{r,t} \tag{7.4}$$

აგრეგირებული ტრანსფერები:

$$Tr_t = (1-\omega)Tr_{o,t} + \omega Tr_{r,t} \tag{7.5}$$

აგრეგირებული შინამეურნეობების ტრანსფერები საზღვარგარეთიდან:

$$D_t^* = (1-\omega)D_{o,t}^* + \omega D_{r,t}^* \tag{7.6}$$

აგრეგირებული ფულის ფლობა:

$$M_t = (1-\omega)M_{o,t} + \omega M_{r,t} \tag{7.7}$$

გამოყენებული ლიტერატურა

Blanchard, O. J. (1985). Debt, deficits, and finite horizons. *Debt, deficits, and finite horizons*, 93(2):223–247.

Calvo, G. (1983). Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework. *Journal of Monetary Economics*, 383-398.

Christiano, L., Eichenbaum, M., & Evans, C. (2005). Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy. *Journal of Political Economy*, 1–45.

Colciago, A. (2011). Rule-of-thumb consumers meet sticky wages. *Journal of Money, Credit and Banking*, 43(2-3):325–353.

Gali, J., López-Salido, J., & Vallés, J. (2007). Understanding the effects of government spending on consumption. *Journal of the European Economic Association*, 227-270.

Kumhof, M., Laxton, D., Muir, D., & Mursula, S. (2010). *The global integrated monetary and fiscal model.* IMF Working Papers.

Lucas, R. (1972). Expectations and the neutrality of money. *Journal of Economic Theory*, 103-124.

Schmitt-Grohe, S., & Uribe, M. (2006). *Comparing Two Variants of Calvo-Type Wage Stickiness.* National Bureau of Economic Research.

Sims, C. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econometrica*, 1-48.

Sims, C. (1986). Are Forecasting Models Usable for Policy Analysis? *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 271-294.

Yaari, M. E. (1965). Uncertain lifetime, life insurance, and the theory of the consumer. In *The Review of Economic Studies* (p. 32(2):137).

Yun, T. (2005). Optimal Monetary Policy with Relative Price Distortions. *American Economic Review*, 89-109.

დანართი A. HTM შინამეურნეობები

შინამეურნეობის ერთი პერიოდის სარგებლიანობის ფუნქცია არის:

$$u_t\left(C_{r,a,t}, N_{r,a,t}\right) = z_{u,t}\frac{1}{1-\sigma_c}\left(\frac{\left(\frac{C_{r,a,t}}{Z_t}\right)}{\left(\frac{C_{r,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}}\right)^{1-\sigma_c} - \gamma_N\frac{N_{r,a,t}^{1+\sigma_N}}{1+\sigma_N} \qquad (A.1)$$

შინამეურნეობა ახდენს სასიცოცხლო ციკლის სარგებლიანობის მოსალოდნელ მნიშვნელობის მიმდინარე დაყვანილი ღირებულების მაქსიმიზაციას:

$$E_t\sum_{t=0}^{\infty}(\beta\xi)^t\left[z_{u,t}\frac{1}{1-\sigma_c}\left(\frac{\left(C_{r,a,t}/Z_t\right)}{\left(C_{r,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}}\right)^{1-\sigma_c} - \gamma_N\frac{N_{r,a,t}^{1+\sigma_N}}{1+\sigma_N}\right]$$

რომელიც აწყდება შემდეგი სახის საბიუჯეტო შეზღუდვას:

$$\left(1+\tau_{C,t}\right)P_t^C C_{r,a,t}\ \left(1+\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)\right) + M_{r,a,t} = \frac{1}{\xi}\ M_{r,a,t-1} + \left(1-\tau_{N,t}\right)W_t N_{r,a,t} + Tr_{r,a,t} + S_t D_{r,a,t}^{*} \qquad (\mathrm{A.2})$$

ლაგრანჟის ფუნქცია შინამეურნეობების ოპტიმიზაციის პრობლემისათვის გვექნება:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = E_t\sum_{t=0}^{\infty}(\beta\xi)^t\Bigg\{ & z_{u,t}\frac{1}{1-\sigma_c}\left(\frac{\left(\frac{C_{r,a,t}}{Z_t}\right)}{\left(\frac{C_{r,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}}\right)^{1-\sigma_c} - \gamma_N\frac{N_{r,a,t}^{1+\sigma_N}}{1+\sigma_N} \\ & - \frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t P_{c,t}}\Bigg[\frac{1}{\xi}\ M_{r,a,t-1} + \left(1-\tau_{N,t}\right)W_t N_{r,a,t} + Tr_{r,a,t} + S_t D_{r,a,t}^{*} \\ & - \left(1+\tau_{C,t}\right)P_t^C\ C_{r,a,t}\ \left(1+\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)\right) - M_{r,a,t}\Bigg]\Bigg\}\end{aligned} \qquad (\mathrm{A.3})$$

პირველი რიგის წარმოებული $C_{r,a,t}$-ის მიმართ არის:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial C_t} = z_{u,t}\left(\frac{\left(C_{r,a,t}/Z_t\right)}{\left(C_{r,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}}\right)^{-\sigma_c}\frac{\left(1/Z_t\right)}{\left(C_{r,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}} + \frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t P_t^C}\left(1+\tau_{C,t}\right)P_t^C\ \left(1+\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right) + C_t\frac{\partial\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)}{\partial C_t}\right) = 0$$

$$z_{u,t}\frac{1}{Z_t}\left(\frac{C_{r,a,t}}{Z_t}\right)^{-\sigma_c}\left(\frac{1}{\left(C_{r,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}}\right)^{1-\sigma_c} = -\frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t}\left(1+\tau_{C,t}\right)\ \left(1+\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right) + C_t\frac{\partial\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)}{\partial C_t}\right)$$

$$z_{u,t}\frac{1}{Z_t}\frac{\left(C_{r,a,t}/Z_t\right)^{1-\sigma_c}}{\left(\left(C_{r,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}\right)^{1-\sigma_c}}\frac{1}{\left(C_{r,a,t}/Z_t\right)} = -\frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t}\left(1+\tau_{C,t}\right)\left(1+\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)+C_t\frac{\partial\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)}{\partial C_t}\right)$$

$$U_{r,a,t}\,C_{r,a,t}^{-1} = -\frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t}\left(1+\tau_{C,t}\right)\left(1+\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)+C_t\frac{\left(1+\tau_{C,t}\right)P_t^C}{M_{r,a,t}} * \frac{\partial\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)}{\partial V_t}\right) \qquad (A.4)$$

სადაც:

$$U_{r,a,t} = z_{u,t}\left(\left(\frac{C_{r,a,t}}{Z_t}\right)\Big/\left(\frac{C_{r,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}\right)^{1-\sigma_c} \qquad (A.5)$$

პირველი რიგის წარმოებული $M_{r,a,t}$-ის მიმართ არის:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial M_{r,a,t}} = \frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t P_t^C}\left(1+\left(1+\tau_{C,t}\right)P_t^C\,C_{r,a,t}\left(\frac{\partial\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)}{\partial M_{r,a,t}}\right)\right) - \beta\frac{\lambda_{r,a,t+1}}{Z_{t+1}P_{t+1}^C} = 0 \qquad (A.6)$$

$$\frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t P_t^C}\left(1 - V^2\frac{\partial\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)}{\partial V_{r,a,t}}\right) = \beta\frac{\lambda_{r,a,t+1}}{Z_{t+1}P_{t+1}^C} \qquad (A.7)$$

$$1 - V^2\frac{\partial\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)}{\partial V_{r,a,t}} = \beta\frac{\lambda_{r,a,t+1}Z_t P_t^C}{\lambda_{r,a,t}Z_{t+1}P_{t+1}^C} \qquad (A.8)$$

$$k_1 V_{r,a,t}^2 - k_2 = 1 - R_t^g \qquad (A.9)$$

პირველი რიგის წარმოებული $N_{r,a,t}$-ის მიმართ არის:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial N_{r,a,t}} = -\gamma_N N_{r,a,t}^{\sigma_N} - \frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t P_t^C}\left(1-\tau_{N,t}\right)W_t = 0$$

$$-\gamma_N N_{r,a,t}^{\sigma_N} = \frac{\lambda_{r,a,t}}{Z_t P_t^C}\left(1-\tau_{N,t}\right)W_t \qquad (A.10)$$

შედეგად, ვიღებთ ინდივიდუალური შრომის მიწოდებას. აღსანიშნავია, რომ მოდელში შინამეურნეობების შრომითი გადაწყვეტილებების დელეგირებას პროფკავშირები ახდენენ, ამიტომ ეს პირველი რიგის პირობა ჩანაცვლებულია პროფკავშირების ქცევითი განტოლებით.

დანართი B. OLG შინამეურნეობები

შინამეურნეობის ერთი პერიოდის სარგებლიანობის ფუნქცია არის:

$$u_t\left(C_{r,a,t}, N_{r,a,t}\right) = z_{u,t}\frac{1}{1-\sigma_c}\left(\frac{\left(\frac{C_{r,a,t}}{Z_t}\right)}{\left(\frac{C_{r,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}}\right)^{1-\sigma_c} - \gamma_N\frac{N_{r,a,t}^{1+\sigma_N}}{1+\sigma_N} \qquad (\mathrm{B.1})$$

შინამეურნეობა ახდენს სასიცოცხლო ციკლის სარგებლიანობის მოსალოდნელ მნიშვნელობის მიმდინარე დაყვანილი ღირებულების მაქსიმიზაციას:

$$E_t\sum_{t=0}^{\infty}(\beta\xi)^t\left[z_{u,t}\frac{1}{1-\sigma_c}\left(\frac{\left(\frac{C_{r,a,t}}{Z_t}\right)}{\left(\frac{C_{r,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}}\right)^{1-\sigma_c} - \gamma_N\frac{N_{r,a,t}^{1+\sigma_N}}{1+\sigma_N}\right]$$

რომელიც აწყდება შემდეგი სახის საბიუჯეტო შეზღუდვას:

$$\begin{aligned}\left(1+\tau_{C,t}\right)P_t^C\, C_{o,a,t}\ \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)\right) + M_{o,a,t} + B_{o,a,t} + S_t B_{o,a,t}^* + \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t}^*, B_{o,a,t-1}^*\right) \\ = \frac{1}{\xi}\left(R_{t-1}^G B_{o,a,t-1} + S_t\, R_{t-1}^{fa}\, Prem_{t-1}^{Sov}\, Prem_{t-1}^{LCY}\, B_{o,a,t-1}^* + M_{o,a,t-1}\right) \\ + D_{o,a,t}^K + D_{o,a,t}^Y + D_{o,a,t}^M + \left(1-\tau_{N,t}\right) W_t N_{o,a,t} + \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_t^{Com} S_t P_{co,t}^* \\ + Tr_{o,a,t} + S_t D_{o,a,t}^*\end{aligned} \qquad (\mathrm{B.2})$$

ამასთან, შინამეურნეობები აწყდებიან მოხმარებასთან და ვალის ცვლილებასთან დაკავშირებული ტრანზაქციულ დანახარჯები შემდეგნაირად მოიცემა:

$$\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right) = k_1\, V_{o,a,t} + \frac{k_2}{V_{o,a,t}} + 2\sqrt{k_1 k_2}$$

$$\Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t}^*, B_{o,a,t-1}^*\right) = a_{B_o}^*\left(\frac{S_t\left(B_{o,t}^* - B_{o,t-1}^*\pi_{c,t}^*\bar{g}^z\right)}{P_t^C C_{o.t}}\right) S_t\left(B_{o,a,t}^* - B_{o,a,t-1}^*\pi_{c,t}^*\bar{g}^z\right)$$

ლაგრანჟის ფუნქცია შინამეურნეობების ოპტიმიზაციის პრობლემისათვის გვექნება:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} (\beta\xi)^t \Bigg\{ & z_{u,t} \frac{1}{1-\sigma_c} \left(\frac{\left(C_{i,a,t}/Z_t\right)}{\left(C_{i,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}} \right)^{1-\sigma_c} - \gamma_N \frac{N_{i,a,t}^{1+\sigma_N}}{1+\sigma_N} \\
& - \frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t P_{c,t}} \Bigg[\frac{1}{\xi} \Big(R_{t-1}^{G} B_{o,a,t-1} + S_t\, R_{t-1}^{fa}\, Prem_{t-1}^{Sov}\, Prem_{t-1}^{LCY}\, B_{o,a,t-1}^{*} \\
& + M_{o,a,t-1} \Big) + D_{o,a,t}^{K} + D_{o,a,t}^{Y} + D_{o,a,t}^{M} + \left(1-\tau_{N,t}\right) W_t N_{o,a,t} \\
& + \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_t^{Com} S_t P_{co,t}^{*} + Tr_{o,a,t} + S_t D_{o,a,t}^{*} \\
& - \left(1+\tau_{C,t}\right) P_t^C\, C_{o,a,t} \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)\right) - M_{o,a,t} - B_{o,a,t} - S_t B_{o,a,t}^{*} \\
& - \Omega_{B_{o,a}^{*}}\left(B_{o,a,t}^{*}, B_{o,a,t-1}^{*}\right) \Bigg] \Bigg\}
\end{aligned}
\qquad (B.3)
$$

სადაც $\lambda_{o,a,t}$ არის ლანგრაჟის მულტიპლიკატორი რომელიც ასოცირებულია საბიუჯეტო შეზღუდვასთან

პირველი რიგის წარმოებული $B_{o,a,t}$-ის მიმართ არის:

$$
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{o,a,t}} = \frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t P_t^C} - \beta\xi \frac{\lambda_{o,a,t+1}}{Z_{t+1} P_{t+1}^C} \frac{1}{\xi} R_t^G = 0
$$

$$
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{o,a,t}} = \frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t P_t^C} - \beta \frac{\lambda_{o,a,t+1}}{Z_{t+1} P_{t+1}^C} R_t^G = 0
$$

$$
\frac{\lambda_{o,a,t} Z_{t+1} P_{t+1}^C}{\lambda_{o,a,t+1} Z_t P_t^C} = \beta R_t^G \qquad (B.4)
$$

პირველი რიგის წარმოებული $B_{o,a,t}^{*}$-ის მიმართ არის:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{o,a,t}^{*}} = \frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t P_t^C} & \left(S_t + \frac{\partial \Omega_{B_{o,a}^{*}}\left(B_{o,a,t}^{*}, B_{o,a,t-1}^{*}\right)}{\partial B_{o,a,t}^{*}} \right) \\
& - \beta\xi \frac{\lambda_{o,a,t+1}}{Z_{t+1} P_{t+1}^C} \left(\frac{1}{\xi} S_{t+1}\, R_t^{fa}\, Prem_t^{Sov}\, Prem_t^{LCY} + \frac{\partial \Omega_{B_{o,a}^{*}}\left(B_{o,a,t+1}^{*}, B_{o,a,t}^{*}\right)}{\partial B_{o,a,t}^{*}} \right) = 0
\end{aligned}
$$

$$
\frac{\lambda_{o,a,t} Z_{t+1} P_{t+1}^C}{\lambda_{o,a,t+1} Z_t P_t^C} = \beta \frac{S_{t+1}}{S_t} \frac{R_t^{fa}\, Prem_t^{Sov}\, Prem_t^{LCY} - \dfrac{\xi}{S_{t+1}} \dfrac{\partial \Omega_{B_{o,a}^{*}}\left(B_{o,a,t+1}^{*}, B_{o,a,t}^{*}\right)}{\partial B_{o,a,t}^{*}}}{1 + \dfrac{1}{S_t} \dfrac{\partial \Omega_{B_{o,a}^{*}}\left(B_{o,a,t}^{*}, B_{o,a,t-1}^{*}\right)}{\partial B_{o,a,t}^{*}}}
$$

$$\frac{\lambda_{o,a,t} Z_{t+1} P_{t+1}^{C}}{\lambda_{o,a,t+1} Z_t P_t^{C}} = \beta \mathcal{R}_t^{fa} \frac{S_{t+1}}{S_t} \qquad (B.5)$$

სადაც $\mathcal{R}_t^{fa}$:

$$\mathcal{R}_t^{fa} = \frac{R_t^{fa}\ Prem_t^{Sov}\ Prem_t^{LCY} - \frac{\xi}{S_{t+1}} \frac{\partial \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t+1}^*, B_{o,a,t}^*\right)}{\partial B_{o,a,t}^*}}{1 + \frac{1}{S_t} \frac{\partial \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t}^*, B_{o,a,t-1}^*\right)}{\partial B_{o,a,t}^*}} \qquad (\mathrm{B}.6)$$

წარმოადგენს უცხოური ობლიგაციების შეფარულ ფასს აქტივების ცვლილების ხარჯის გათვალისწინებით და შემდეგნაირად განისაზღვრება:

საბოლოოდ კი ვიღებთ UIP პირობას:

$$R_t^{G} = \mathcal{R}_t^{fa} \frac{S_{t+1}}{S_t} \qquad (\mathrm{B}.7)$$

პირველი რიგის წარმოებული $C_{o,a,t}$-ის მიმართ არის:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = z_{u,t} \left(\frac{\left(C_{o,a,t}/Z_t\right)}{\left(C_{o,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}} \right)^{-\sigma_c} \frac{(1/Z_t)}{\left(C_{o,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}} + \frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t P_t^C} (1+\tau_{C,t}) P_t^C \left(1 + \Omega_M(V_{r,a,t}) + C_t \frac{\partial \Omega_M(V_{o,a,t})}{\partial C_t}\right) = 0$$

$$z_{u,t} \frac{1}{Z_t} \left(\frac{C_{o,a,t}}{Z_t}\right)^{-\sigma_c} \left(\frac{1}{\left(C_{o,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}}\right)^{1-\sigma_c} = -\frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t}(1+\tau_{C,t}) \left(1 + \Omega_M(V_{o,a,t}) + C_t \frac{\partial \Omega_M(V_{o,a,t})}{\partial C_t}\right)$$

$$z_{u,t} \frac{1}{Z_t} \frac{\left(C_{o,a,t}/Z_t\right)^{1-\sigma_c}}{\left(\left(C_{o,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}\right)^{1-\sigma_c}} \frac{1}{\left(C_{o,a,t}/Z_t\right)} = -\frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t}\left(1+\tau_{C,t}\right) \left(1 + \Omega_M\left(V_{o,a,t}\right) + C_t \frac{\partial \Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)}{\partial C_t}\right)$$

$$U_{o,a,t}\, C_{o,a,t}^{-1} = -\frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t}\left(1+\tau_{C,t}\right) \left(1 + \Omega_M\left(V_{o,a,t}\right) + C_t \frac{\left(1+\tau_{C,t}\right)P_t^C}{M_{o,a,t}} * \frac{\partial \Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)}{\partial V_t}\right) \qquad (B.8)$$

სადაც:

$$U_{o,a,t} = z_{u,t} \left(\left(\frac{C_{o,a,t}}{Z_t}\right) \Big/ \left(\frac{C_{o,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab} \right)^{1-\sigma_c} \qquad (B.9)$$

პირველი რიგის წარმოებული $M_{o,a,t}$-ის მიმართ არის:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M_{o,a,t}} = \frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t P_t^C}\left(1 + (1+\tau_{C,t})P_t^C\, C_{o,a,t}\left(\frac{\partial \Omega_M(V_{o,a,t})}{\partial M_{o,a,t}}\right)\right) - \beta\,\frac{\lambda_{o,a,t+1}}{Z_{t+1}P_{t+1}^C} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M_{o,a,t}} = \frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t P_t^C}\left(1 - V^2 * \frac{\partial \Omega_M(V_{o,a,t})}{\partial V_{o,a,t}}\right) - \beta\,\frac{\lambda_{o,a,t+1}}{Z_{t+1}P_{t+1}^C} = 0$$

$$1 - V^2\,\frac{\partial \Omega_M(V_{o,a,t})}{\partial V_{o,a,t}} = \beta\,\frac{\lambda_{o,a,t+1} Z_t P_t^C}{\lambda_{o,a,t} Z_{t+1} P_{t+1}^C}$$

$$k_1 V_{o,a,t}^2 - k_2 = 1 - \frac{1}{R_t^g} \qquad (B.10)$$

ინდივიდუალური ბრუნვის სიჩქარე დამოკიდებულია მხოლოდ საპროცენტო განაკვეთზე, ამიტომ ტრანზაქციის ხარჯები ერთიდაიგივეა ყველა OLG აგენტისთვის:

$$k_1 V_{o,t}^2 - k_2 = 1 - \frac{1}{R_t^g} \qquad (\mathrm{B}.11)$$

განტოლებები $k_1 V_{o,t}^2 - k_2 = 1 - R_t^g$, $\frac{\lambda_{o,a,t} Z_{t+1} P_{t+1}^C}{\lambda_{o,a,t+1} Z_t P_t^C} = \beta R_t^G$ და $U_{o,a,t}\, C_{o,a,t}^{-1} = -\frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t}\left(1+\tau_{C,t}\right)\left(1 + \Omega_M(V_{o,a,t}) + C_t\,\frac{(1+\tau_{C,t})P_t^C}{M_{o,a,t}} * \frac{\partial \Omega_M(V_{o,a,t})}{\partial V_t}\right)$ გაერთიანებით შესაძლებელია $J_{o,a,t}$ დისკონტირების სტოქასტური ოპერატორის განსაზღვრა:

$$J_{o,a,t} = \frac{C_{o,a,t+1}}{C_t} = \frac{\lambda_{o,a,t}\, Z_{t+1} U_{o,a,t+1}\left(1+\tau_{C,t}\right)\ \left(1 + \Omega_M(V_{o,a,t}) + V_{o,a,t}\,\frac{\partial \Omega_M(V_{o,a,t})}{\partial V_t}\right)}{\lambda_{o,a,t+1}\, Z_t U_{o,a,t}\left(1+\tau_{C,t+1}\right)\ \left(1 + \Omega_M(V_{o,a,t}) + V_{o,a,t+1}\,\frac{\partial \Omega_M(V_{o,a,t})}{\partial V_{t+1}}\right)}$$

$$J_{o,a,t}=\frac{C_{t+1}}{C_t}=\frac{\lambda_{o,a,t}Z_{t+1}P_{t+1}^C}{\lambda_{o,a,t+1}Z_tP_t^C}\frac{U_{o,a,t+1}\left(1+\tau_{C,t}\right)\ \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)+V_{o,a,t}\frac{\partial\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)}{\partial V_t}\right)}{\frac{P_{t+1}^C}{P_t^C}U_{o,a,t}\left(1+\tau_{C,t}\right)\ \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)+V_{o,a,t+1}\frac{\partial\Omega_M\left(V_{o,a,t+1}\right)}{\partial V_{t+1}}\right)}$$

$$=\beta R_t^G\frac{U_{o,a,t+1}\left(1+\tau_{C,t}\right)\ \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)+V_{o,a,t}\frac{\partial\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)}{\partial V_t}\right)}{\pi_{c,t+1}U_{o,a,t}\left(1+\tau_{C,t+1}\right)\ \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)+V_{o,a,t+1}\frac{\partial\Omega_M\left(V_{o,a,t+1}\right)}{\partial V_{t+1}}\right)}$$

$$=\beta R_t^G\frac{z_{u,t+1}\left(\frac{C_{o,a,t+1}/Z_{t+1}}{\left(C_{o,t}/Z_t\right)^{hab}}\right)^{1-\sigma_c}\left(1+\tau_{C,t}\right)\ \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)+V_{o,a,t}\frac{\partial\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)}{\partial V_t}\right)}{\pi_{c,t+1}z_{u,t}\left(\frac{C_{o,a,t}/Z_t}{\left(C_{o,t-1}/Z_{t-1}\right)^{hab}}\right)^{1-\sigma_c}\left(1+\tau_{C,t+1}\right)\ \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)+V_{o,a,t+1}\frac{\partial\Omega_M\left(V_{o,a,t+1}\right)}{\partial V_{t+1}}\right)}$$

$$J_{o,a,t}=\frac{C_{t+1}}{C_t}=\left[\beta\frac{R_t^G}{\pi_{c,t+1}}\left(\frac{1}{g_{t+1}^z}\right)^{1-\sigma_c}\left(\frac{\frac{C_{o,t-1}}{Z_{t-1}}}{\frac{C_{o,t}}{Z_t}}\right)^{hab(1-\sigma_c)}\frac{z_{u,t+1}\left(1+\tau_{C,t}\right)\ \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)+V_{o,a,t}\frac{\partial\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)}{\partial V_t}\right)}{z_{u,t}\left(1+\tau_{C,t+1}\right)\ \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)+V_{o,a,t+1}\frac{\partial\Omega_M\left(V_{o,a,t+1}\right)}{\partial V_{t+1}}\right)}\right]^{\frac{1}{\sigma_c}}\quad(B.12)$$

აქედან გამომდინარე, დისკონტირების ფაქტორი და მოხმარების ზრდა საკუთარი თავის და სხვა ძირითადი კომპონენტების ფუნქციას წარმოადგენს, ამიტომ შეგვიძლია დავუშვათ, რომ დისკონტირების ფაქტორი ერთი და იგივეა ყველა თაობაში.

პირველი რიგის წარმოებული $N_{o,a,t}$-ის მიმართ არის:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial N_{o,a,t}}=-\gamma_N N_{i,a,t}^{\sigma_N}-\frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_tP_t^C}\left(1-\tau_{N,t}\right)W_t=0$$

$$-\gamma_N N_{i,a,t}^{\sigma_N}=\frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_tP_t^C}\left(1-\tau_{N,t}\right)W_t\quad(B.13)$$

შედეგად, ვიღებთ ინდივიდუალური შრომის მიწოდებას. აღსანიშნავია, რომ მოდელში შინამეურნეობების შრომითი გადაწყვეტილებების დელეგირებას პროფკავშირები ახდენენ, ამიტომ ეს პირველი რიგის პირობა ჩანაცვლებულია პროფკავშირების ქცევითი განტოლებით.

$U_{o,a,t}\ C_{o,a,t}^{-1}=-\frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t}\left(1+\tau_{C,t}\right)\ \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)+C_t\frac{(1+\tau_{C,t})P_t^C}{M_{o,a,t}}*\frac{\partial\Omega_M(V_{o,a,t})}{\partial V_t}\right)$ და $\frac{\lambda_{o,a,t}Z_{t+1}P_{t+1}^C}{\lambda_{o,a,t+1}Z_tP_t^C}=\beta R_t^G$ განტოლებების გადაწერა შეიძლება უფრო მოსახერხებლად, ისე რომ განისაზღვროს კავშირი მიმდინარე მოხმარებასა და შინამეურნეობების სიმდიდრე (Wealth).

$$P_t^C C_{o,a,t}=MPC_{o,t}\mathcal{W}_{o,a,t}\quad(B.14)$$

სადაც $MPC_{o,t}$ წარმოადგენს შინამეურნეობების მოხმარებისადმი ზღვრულ მიდრეკილებას, ხოლო $\mathcal{W}_{o,a,t}$ არის შინამეურნეობების სიმდიდრის მიმდინარე ღირებულება.

OLG შინამეურნეობების საბიუჯეტო შეზღუდვა შესაძლებელია გადალაგდეს ისე რომ, ტოლობის ერთ მხარეს შინამეურნეობების სიმდიდრის 'გამოყენება' (uses) დარჩეს, ხოლო მეორე მხარეს კი შინამეურნეობების ფინანსური ნაკადები.

$$
\begin{aligned}
F_{o,t} = \left(1+\tau_{C,t}\right)P_t^C\, C_{o,a,t}\, \left(1+\Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)\right) + M_{o,a,t} = \\
&= \frac{1}{\xi}\left(R_{t-1}^G B_{o,a,t-1} + S_t\, R_{t-1}^{fa}\, Prem_{t-1}^{Sov}\, Prem_{t-1}^{LCY}\, B_{o,a,t-1}^{*} + M_{o,a,t-1}\right) + D_{o,a,t}^K + D_{o,a,t}^Y \\
&+ D_{o,a,t}^M + \left(1-\tau_{N,t}\right) W_t N_{o,a,t} + \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_t^{Com} S_t P_{co,t}^{*} + Tr_{o,a,t} + S_t D_{o,a,t}^{*} - B_{o,a,t} \\
&- S_t B_{o,a,t}^{*} - \Omega_{B_{o,a}^{*}}\left(B_{o,a,t}^{*}, B_{o,a,t-1}^{*}\right) = I_{o,t}
\end{aligned}
$$

სადაც $F_{o,t}$ არის t პერიოდში შინამეურნეობის სიმდიდრის გამოყენება, ხოლო $I_{o,t}$ არის ფინანსური ნაკადები, რომელიც მომდინარეობს შინამეურნეობის t პერიოდის სიმდიდრიდან. გამოყენებების მიმდინარე დაყვანილი ღირებულება არის :

$$\mathcal{F}_{o,t} = F_{o,t} + \frac{\xi}{R_t^g} F_{o,t+1} + \frac{\xi^2}{R_t^g R_{t+1}^g} F_{o,t+2} + \cdots$$

უდრის, ყველა ტიპის მოსალოდნელი შემოსავლის მიმდინარე ღირებულებას:

$$\mathcal{W}_{o,a,t} = I_{o,t} + \frac{\xi}{R_t^g} I_{o,t+1} + \frac{\xi^2}{R_t^g R_{t+1}^g} I_{o,t+2} + \cdots$$

$\mathcal{F}_{o,t}$ -ის განმარტებიდან და ფულადი სახსრების გადალაგებით პერიოდებს შორის, მოხმარებისადმი ზღვრული მიდრეკილების შებრუნებული მნიშვნელობა $(\mathrm{B}.15)$ განტოლებიდან იქნება:

$$\frac{1}{MPC_{o,t}} = \frac{\mathcal{W}_{o,a,t}}{P_t^C C_{o,a,t}} = \frac{\mathcal{F}_{o,t}}{P_t^C C_{o,a,t}} =$$

$$
= \frac{(1+\tau_{C,t})P_t^C\, C_{o,a,t}\, \left(1+\Omega_M(V_{o,a,t})\right) + M_{o,a,t} - \frac{1}{R_t^g} M_{o,a,t}}{P_t^C C_{o,a,t}}
$$

$$
+ \frac{\xi}{R_t^g} \frac{(1+\tau_{C,t+1})P_{t+1}^C\, C_{o,a,t+1}\, \left(1+\Omega_M(V_{o,a,t+1})\right) + M_{o,a,t+1} - \frac{1}{R_t^g} M_{o,a,t+1}}{P_t^C C_{o,a,t}} + \cdots
$$

$$
= (1+\tau_{c,t})\left(1+\Omega_M(V_{o,a,t})\right) + \left(1-\frac{1}{R_t^g}\right)\frac{(1+\tau_{C,t})P_t^C\, C_{i,a,t}/V_{i,a,t}}{P_t^C C_{o,a,t}}
$$

$$
+ \frac{\xi}{R_t^g} \frac{(1+\tau_{C,t+1})P_{t+1}^C\, C_{o,a,t+1}\, \left(1+\Omega_M(V_{o,a,t+1})\right) + M_{o,a,t+1} - \frac{1}{R_t^g} M_{o,a,t+1}}{P_t^C C_{o,a,t}} + \cdots
$$

$$
= (1+\tau_{c,t})\left(1+\Omega_M(V_{o,t}) + \left(1-\frac{1}{R_t^g}\right)V_{i,a,t}^{-1}\right)
$$

$$
+ \frac{\xi}{R_t^g} \frac{(1+\tau_{C,t+1})P_{t+1}^C\, C_{o,a,t+1}\, \left(1+\Omega_M(V_{o,a,t+1})\right) + M_{o,a,t+1} - \frac{1}{R_t^g} M_{o,a,t+1}}{P_t^C C_{o,a,t}} + \cdots
$$

$$
= (1+\tau_{c,t})\left(1+\Omega_M(V_{o,t}) + \left(1-\frac{1}{R_t^g}\right)V_{i,a,t}^{-1}\right) + \frac{\xi}{R_t^g}\frac{P_{t+1}^C\, C_{o,a,t+1}}{P_t^C C_{o,a,t}}\frac{1}{MPC_{o,t+1}}
$$

$$
= (1+\tau_{c,t})\left(1+\Omega_M(V_{o,t}) + \left(1-\frac{1}{R_t^g}\right)V_{i,a,t}^{-1}\right) + \frac{\xi}{R_t^g}\pi_{t+1} J_{o,a,t}\frac{1}{MPC_{o,t+1}}
$$

$$
= (1+\tau_{c,t})\left(1+\Omega_M(V_{o,t}) + \left(1-\frac{1}{R_t^g}\right)V_{i,a,t}^{-1}\right) + \frac{\xi J_{o,a,t}}{RR_t^g}\frac{1}{MPC_{o,t+1}}
$$

რეკურსიული ამოხსნის შედეგად იქნება:

$$
\frac{1}{MPC_{o,t}} = (1+\tau_{c,t})\left(1+\Omega_M(V_{o,t}) + \left(1-\frac{1}{R_t^g}\right)V_{i,a,t}^{-1}\right) + \frac{\xi J_{o,a,t}}{RR_t^g}\frac{1}{MPC_{o,t+1}}
$$

სიმდიდრის ჩაწერა შეიძლება შემდეგნაირად:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{W}_{o,a,t} &= I_{o,t} + \frac{\xi}{R_t^g} I_{o,t+1} + \frac{\xi^2}{R_t^g R_{t+1}^g} I_{o,t+2} + \cdots \\
&= \frac{1}{\xi}\left(R_{t-1}^G B_{o,a,t-1} + S_t\, R_{t-1}^{fa}\, Prem_{t-1}^{Sov}\, Prem_{t-1}^{LCY}\, B_{o,a,t-1}^* + M_{o,a,t-1}\right) + D_{o,a,t}^K + D_{o,a,t}^Y \\
&+ D_{o,a,t}^M + \left(1 - \tau_{N,t}\right) W_t N_{o,a,t} + \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_t^{Com} S_t P_{co,t}^* + Tr_{o,a,t} + S_t D_{o,a,t}^* - B_{o,a,t} \\
&- S_t B_{o,a,t}^* - \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t}^*, B_{o,a,t-1}^*\right) \\
&+ \frac{\xi}{R_t^g} E_t\Bigg[\frac{1}{\xi}\left(R_t^G B_{o,a,t} + S_{t+1}\, R_t^{fa}\, Prem_t^{Sov}\, Prem_t^{LCY}\, B_{o,a,t}^* + M_{o,a,t}\right) + D_{o,a,t+1}^K \\
&+ D_{o,a,t+1}^Y + D_{o,a,t+1}^M + \left(1 - \tau_{N,t+1}\right) W_{t+1} N_{o,a,t+1} + \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_{t+1}^{Com} S_{t+1} P_{co,t+1}^* + Tr_{o,a,t+1} \\
&+ S_{t+1} D_{o,a,t+1}^* - B_{o,a,t+1} - S_t B_{o,a,t+1}^* - \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t+1}^*, B_{o,a,t}^*\right)\Bigg] + \frac{\xi^2}{R_t^g R_{t+1}^g} E_t[\ldots] + \cdots \\
&= E_t\Bigg[\frac{1}{\xi} R_{t-1}^G B_{o,a,t-1} + \frac{1}{\xi} S_t\, R_{t-1}^{fa}\, Prem_{t-1}^{Sov}\, Prem_{t-1}^{LCY}\, B_{o,a,t-1}^* \\
&+ \left(\frac{S_{t+1} R_t^{fa} Prem_t^{Sov} Prem_t^{LCY}}{S_t R_t^g} - 1\right) S_t B_{o,a,t}^* \\
&+ \frac{\xi}{R_t^g}\left(\frac{S_{t+2} R_{t+1}^{fa} Prem_{t+1}^{Sov} Prem_{t+1}^{LCY}}{S_{t+1} R_{t+1}^g} - 1\right) S_{t+1} B_{o,a,t+1}^* \\
&+ \frac{\xi^2}{R_t^g R_{t+1}^g}\left(\frac{S_{t+3} R_{t+2}^{fa} Prem_{t+2}^{Sov} Prem_{t+2}^{LCY}}{S_{t+2} R_{t+2}^g} - 1\right) S_{t+2} B_{o,a,t+2}^* + \cdots + D_{o,a,t}^K + D_{o,a,t}^Y + D_{o,a,t}^M \\
&+ \frac{\xi}{R_t^g}\left(D_{o,a,t+1}^K + D_{o,a,t+1}^Y + D_{o,a,t+1}^M\right) + \frac{\xi^2}{R_t^g R_{t+1}^g}\left(D_{o,a,t+2}^K + D_{o,a,t+2}^Y + D_{o,a,t+2}^M\right) + \cdots \\
&+ \frac{1}{\xi} M_{o,a,t-1} + \frac{1}{R_t^g} M_{o,a,t} + \frac{\xi}{R_t^g R_{t+1}^g} M_{o,a,t+1} + \cdots + \left(1 - \tau_{N,t}\right) W_t N_{o,a,t} \\
&+ \frac{\xi}{R_t^g}\left(1 - \tau_{N,t+1}\right) W_{t+1} N_{o,a,t+1} + \frac{\xi^2}{R_t^g R_{t+1}^g}\left(1 - \tau_{N,t+2}\right) W_{t+2} N_{o,a,t+2} + \cdots \\
&+ \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_t^{Com} S_t P_{co,t}^* + Tr_{o,a,t} + S_t D_{o,a,t}^* - \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t}^*, B_{o,a,t-1}^*\right) \\
&+ \frac{\xi}{R_t^g}\left(\frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_{t+1}^{Com} S_{t+1} P_{co,t+1}^* + Tr_{o,a,t+1} + S_{t+1} D_{o,a,t+1}^* - \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t+1}^*, B_{o,a,t}^*\right)\right) \\
&+ \frac{\xi^2}{R_t^g R_{t+1}^g}\Bigg(\frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_{t+2}^{Com} S_{t+2} P_{co,t+2}^* + Tr_{o,a,t+2} + S_{t+2} D_{o,a,t+2}^* \\
&- \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t+2}^*, B_{o,a,t+1}^*\right)\Bigg) + \cdots\Bigg]
\end{aligned}
$$

უცხოური საპროცენტო განაკვეთის მოდიფიცირებული UIP-ით შესწორების[6] შედეგად იქნება:

[6] შესწორებაში იგულისხმება ყოველ პერიოდში $\left(\frac{S_{t+1} R_t^{fa} Prem_t^{Sov} Prem_t^{LCY}}{S_t R_t^g} - 1\right)$გამოსახულებაში UIP-ის დამატება გამოკლება.

$$\left(\frac{S_{t+1}R_t^{fa}Prem_t^{Sov}Prem_t^{LCY}}{S_tR_t^g}-1+\frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t}\frac{S_{t+1}}{S_t}-\frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t}\frac{S_{t+1}}{S_t}\right)S_tB_{o,a,t}^*$$
$$=\frac{S_{t+1}R_t^{fa}Prem_t^{Sov}Prem_t^{LCY}}{S_tR_t^g}S_tB_{o,a,t}^*-S_tB_{o,a,t}^*+S_tB_{o,a,t}^*\frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t}\frac{S_{t+1}}{S_t}-S_tB_{o,a,t}^*\frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t}\frac{S_{t+1}}{S_t}$$
$$=S_{t+1}B_{o,a,t}^*\left(\frac{R_t^{fa}Prem_t^{Sov}Prem_t^{LCY}}{R_t^g}-\frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t}\right)+S_tB_{o,a,t}^*\left(\frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t}\frac{S_{t+1}}{S_t}-1\right)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{W}_{o,a,t}=E_t\Bigg[&\frac{1}{\xi}R_{t-1}^GB_{o,a,t-1}+\frac{1}{\xi}S_t\,R_{t-1}^{fa}\,Prem_{t-1}^{Sov}\,Prem_{t-1}^{LCY}\,B_{o,a,t-1}^*\\
&+S_{t+1}B_{o,a,t}^*\left(\frac{R_t^{fa}Prem_t^{Sov}Prem_t^{LCY}}{R_t^g}-\frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t}\right)+S_tB_{o,a,t}^*\left(\frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t}\frac{S_{t+1}}{S_t}-1\right)\\
&+\frac{\xi}{R_t^g}\Bigg(S_{t+2}B_{o,a,t+1}^*\left(\frac{R_{t+1}^{fa}Prem_{t+1}^{Sov}Prem_{t+1}^{LCY}}{R_{t+1}^g}-\frac{\mathcal{R}_{t+1}^{fa}}{R_{t+1}}\right)\\
&+S_{t+1}B_{o,a,t+1}^*\left(\frac{\mathcal{R}_{t+1}^{fa}}{R_{t+1}}\frac{S_{t+2}}{S_{t+1}}-1\right)\Bigg)+D_{o,a,t}^K+D_{o,a,t}^Y+D_{o,a,t}^M\\
&+\frac{\xi}{R_t^g}\left(D_{o,a,t+1}^K+D_{o,a,t+1}^Y+D_{o,a,t+1}^M\right)+\cdots+\frac{1}{\xi}M_{o,a,t-1}+\frac{1}{R_t^g}M_{o,a,t}+\cdots\\
&+\left(1-\tau_{N,t}\right)W_tN_{o,a,t}+\frac{\xi}{R_t^g}\left(1-\tau_{N,t+1}\right)W_{t+1}N_{o,a,t+1}+\cdots+\frac{\gamma_{co}}{1-\omega}Y_t^{Com}S_tP_{co,t}^*\\
&+Tr_{o,a,t}+S_tD_{o,a,t}^*-\Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t}^*,B_{o,a,t-1}^*\right)\\
&+\frac{\xi}{R_t^g}\left(\frac{\gamma_{co}}{1-\omega}Y_{t+1}^{Com}S_{t+1}P_{co,t+1}^*+Tr_{o,a,t+1}+S_{t+1}D_{o,a,t+1}^*-\Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t+1}^*,B_{o,a,t}^*\right)\right)\\
&+\cdots\Bigg]\end{aligned}$$

სხვადასხვა წყაროდან მიღებული შემოსავლის დაყოფის და რეკურსიულად ამოხსნის შემდგომ მიიღება შემდგომი განტოლებები.

ადგილობრივი ფასიანი ქაღალდებიდან შემოსავალი:

$$\mathcal{W}_{o,a,t}^B=\frac{1}{\xi}R_{t-1}^GB_{o,a,t-1}$$

ხოლო აგრეგირებულ ვარიანტში:

$$\mathcal{W}_{o,t}^B=R_{t-1}^GB_{o,t-1} \qquad (\mathrm{B.16})$$

უცხოური ფასიანი ქაღალდებიდან შემოსავალი :

$$\mathcal{W}_{o,a,t}^{B^*}=\frac{1}{\xi}S_t\,R_{t-1}^{fa}\,Prem_{t-1}^{Sov}\,Prem_{t-1}^{LCY}\,B_{o,a,t-1}^*+O_{o,a,t}^{B^*}$$

აგრეგირებულ ფორმაში:

$$\mathcal{W}_{o,t}^{B^*} = \frac{1}{\xi} S_t \, R_{t-1}^{fa} \, Prem_{t-1}^{Sov} \, Prem_{t-1}^{LCY} \, B_{o,t-1}^{*} + O_{o,t}^{B^*} \qquad (B.17)$$

სხვადასხვა ვადიანობის და პრემიუმის მქონე უცხოური ფასიანი ქაღალდების ჰეჯირების ხარჯები, საბოლოოდ თანაბრად ნაწილდება შინამეურნეობებზე:

$$O_{o,a,t}^{B^*} = E_t \left[S_{t+1} B_{o,a,t}^{*} \left(\frac{R_t^{fa} Prem_t^{Sov} Prem_t^{LCY}}{R_t^{g}} - \frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t} \right) + \frac{\xi}{R_t^{g}} O_{o,a,t+1}^{B^*} \right]$$

აგრეგირებულ ფორმაში:

$$O_{o,t}^{B^*} = E_t \left[S_{t+1} B_{o,t}^{*} \left(\frac{R_t^{fa} Prem_t^{Sov} Prem_t^{LCY}}{R_t^{g}} - \frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t} \right) + \frac{\xi}{R_t^{g}} O_{o,t+1}^{B^*} \right] \qquad (B.18)$$

ეს მოცემული ხარჯები, მხოლოდ იმ შემთხვევაში გვხვდება თუ ადგილი აქვს ბონდების ცვლილების ხარჯს და რისკ პრემიუმს, მათი არარსებობის პირობებში მოცემული შესაკრები გაუქმდება.

კაპიტალური საქონლის ფლობიდან მიღებული შემოსავალი:

$$\mathcal{W}_{o,a,t}^{K} = D_{o,a,t}^{K} + \frac{\xi}{R_t^{g}} E_t \left[\mathcal{W}_{o,a,t+1}^{K} \right]$$

აგრეგირებულ ფორმაში:

$$\mathcal{W}_{o,t}^{K} = D_{o,t}^{K} + \frac{\xi}{R_t^{g}} E_t \left[\mathcal{W}_{o,t+1}^{K} \right] \qquad (B.19)$$

საბოლოო საქონლის ფლობიდან მიღებული შემოსავალი:

$$\mathcal{W}_{o,a,t}^{Y^H} = D_{o,a,t}^{Y} + D_{o,a,t}^{M} + \frac{\xi}{R_t^{g}} E_t \left[\mathcal{W}_{o,a,t+1}^{Y^H} \right]$$

აგრეგირებულ ფორმაში:

$$\mathcal{W}_{o,t}^{Y^H} = D_{o,t}^{Y} + D_{o,t}^{M} + \frac{\xi}{R_t^{g}} E_t \left[\mathcal{W}_{o,t+1}^{Y^H} \right] \qquad (B.20)$$

ფულის ფლობიდან მიღებული შემოსავლები:

$$\mathcal{W}_{o,a,t}^{M} = \frac{1}{\xi} M_{o,a,t-1}$$

აგრეგირებულ ფორმაში:

$$\mathcal{W}_{o,t}^{M} = M_{o,t-1} \qquad (B.21)$$

შრომიდან მიღებული შემოსავალი:

$$\mathcal{W}^{H}_{o,a,t} = \left(1-\tau_{N,t}\right) W_t N_{o,a,t} + \frac{\xi}{R^g_t} E_t\left[\mathcal{W}^{H}_{o,a,t+1}\right]$$

აგრეგირებულ ფორმაში:

$$\mathcal{W}^{H}_{o,t} = \left(1-\tau_{N,t}\right) W_t N_{o,t} + \frac{\xi}{R^g_t} E_t\left[\mathcal{W}^{H}_{o,t+1}\right] \qquad (\mathrm{B}.22)$$

დანარჩენი შემოსავლები, რომელიც მიიღება ეგზოგენური წმინდა შემოსულობების სახით (ფულადი გზავნილები, მთავრობის ტრანსფერები და ნედლეულის საზღვარგარეთ გაყიდვიდან მიღებული შემოსავალი):

$$\mathcal{W}^{O}_{o,a,t} = \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y^{Com}_t S_t P^{*}_{co,t} + Tr_{o,a,t} + S_t D^{*}_{o,a,t} + \frac{\xi}{R^g_t} E_t\left[\mathcal{W}^{O}_{o,a,t+1}\right]$$

აგრეგირებულ ფორმაში:

$$\mathcal{W}^{O}_{o,t} = \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y^{Com}_t S_t P^{*}_{co,t} + Tr_{o,t} + S_t D^{*}_{o,t} + \frac{\xi}{R^g_t} E_t\left[\mathcal{W}^{O}_{o,t+1}\right] \qquad (\mathrm{B}.23)$$

საბოლოოდ შინამეურნეობების მთლიანი სიმდიდრე t პერიოდში წარმოადგენს მოცემული ცალკეული შემოსავლების ჯამს:

$$\mathcal{W}_{o,t} = \mathcal{W}^{B}_{o,t} + \mathcal{W}^{B^*}_{o,t} + \mathcal{W}^{K}_{o,t} + \mathcal{W}^{H}_{o,t} + \mathcal{W}^{Y^H}_{o,t} + \mathcal{W}^{O}_{o,t} \qquad (\mathrm{B}.24)$$

დანართი C. პროფკავშირები

პროფკავშირები მოახდენენ შინამეურნეობების აგრეგირებული ფუნქციის

$$\max_{W_{j,t}} E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\theta_w \beta \xi)^s \left[(1-\omega) z_{u,t} \frac{1}{1-\sigma_c} \left(\frac{\frac{C_{o,a,t}}{Z_t}}{\left(\frac{C_{o,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}} \right)^{1-\sigma_c} + \omega z_{u,t} \frac{1}{1-\sigma_c} \left(\frac{\frac{C_{o,a,t}}{Z_t}}{\left(\frac{C_{o,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}} \right)^{1-\sigma_c} - U(N_{t+s}) \right]$$

მაქსიმიზაციას W_t^* და N_t მიხედვით, შემდეგი შეზღუდვების პირობებში - შრომის მიწოდება $N_t(j) = \int_0^1 N_t(j,i)di$, შრომაზე მოთხოვნა $N_t(j) = \left(\frac{W_{j,t}}{W_t}\right)^{-\sigma_w} N_t^d$ და ინდექსაციის წესი

$$W_{j,t+s} = W_t^* \prod_{k=1}^{s} (\bar{g}^z \pi_{c,t+k-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}) = W_t^* \chi_{t,s}^W$$

Envelope თეორემის გამოყენებით შინამეურნეობების (B.3) და (C.3) ოპტიმიზაციის ამოცანების მიმართ, და იმის გათვალისწინებით რომ შინამეურნეობები არ იღებენ შრომის შესახებ გადაწყვეტილებებს, პროფკავშირების ლაგრანჟის ფუნქცია შესაძლებელია შემდეგნაირად ჩაიწეროს:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \xi \theta_w)^s \Bigg\{ -U(N_{t+s}) + \left(\omega \frac{-\lambda_{r,t+s}}{Z_{t+s} P_{t+s}^C} + (1-\omega) \frac{-\lambda_{o,t+s}}{Z_{t+s} P_{t+s}^C} \right) (1-\tau_{N,t+s}) \left(\left(W_t^* \chi_{t,s}^W\right)^{1-\sigma_w} W_{t+s}^{\sigma_w} N_{t+s}^d \right) + (1-\tau_{N,t+s}) \left(\omega \frac{-\lambda_{r,t+s}}{Z_{t+s} P_{t+s}^C} + (1-\omega) \frac{-\lambda_{o,t+s}}{Z_{t+s} P_{t+s}^C} \right) W_{t+s} mc_{t+s}^W \left(N_{t+s} - N_{t+s}^d \int_0^1 \left(\frac{W_{t+s}(j)}{W_{t+s}} \right)^{-\sigma_w} dj \right) \Bigg\}$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$\Lambda_{\mathrm{t+s}} = (1-\tau_{N,t+s}) \left(\omega \frac{-\lambda_{r,t+s}}{Z_{t+s} P_{t+s}^C} + (1-\omega) \frac{-\lambda_{o,t+s}}{Z_{t+s} P_{t+s}^C} \right)$$

ლაგრანჟის ფუნქცია კომპაქტურ ფორმაში იქნება:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \xi \theta_w)^s \Bigg\{ -U(N_{t+s}) + \Lambda_{\mathrm{t+s}} \left(\left(W_t^* \chi_{t,s}^W\right)^{1-\sigma_w} W_{t+s}^{\sigma_w} N_{t+s}^d \right) + \Lambda_{\mathrm{t+s}} W_{t+s} mc_{t+s}^W \left(N_{t+s} - N_{t+s}^d \int_0^1 \left(\frac{W_{t+s}(j)}{W_{t+s}} \right)^{-\sigma_w} dj \right) \Bigg\}$$

პირველი რიგის წარმოებული $\boldsymbol{N_{t+s}}$-ის მიმართ იქნება:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_{t+s}} = -\gamma_N N_{t+s}^{\sigma_N} + \Lambda_{\mathrm{t+s}} W_{t+s} mc_{t+s}^W = 0$$

$$\gamma_N N_{t+s}^{\sigma_N} = \Lambda_{\mathrm{t+s}} W_{t+s} mc_{t+s}^W \quad (\mathrm{C.1})$$

პირველი რიგის წარმოებული W_t^*-ის მიმართ იქნება:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W_t^*} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi\theta_w)^s \left\{ (1-\sigma_w)\Lambda_{\mathrm{t+s}} \left(W_t^* \chi_{t,s}^W\right)^{-\sigma_w} W_{t+s}^{\sigma_w} N_{t+s}^d \chi_{t,s}^W \right.$$
$$\left. + \sigma_w \Lambda_{\mathrm{t+s}} W_{t+s} mc_{t+s}^W N_{t+s}^d \chi_{t,s}^W \left(W_t^* \chi_{t,s}^W\right)^{-(1+\sigma_w)} \left(\frac{1}{W_{t+s}}\right)^{-\sigma_w} \right\} = 0$$

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi\theta_w)^s \Lambda_{\mathrm{t+s}} \chi_{t,s}^W N_{t+s}^d W_{t+s}^{\sigma_w} \left\{ (1-\sigma_w)\left(W_t^* \chi_{t,s}^W\right)^{-\sigma_w} + \sigma_w W_{t+s} mc_{t+s}^W \left(W_t^* \chi_{t,s}^W\right)^{-(1+\sigma_w)} \right\} = 0$$

გავამრავლოთ $\frac{W_t^*}{\sigma_w}$-ზე იქნება:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi\theta_w)^s \Lambda_{\mathrm{t+s}} N_{t+s}^d W_{t+s}^{\sigma_w} \left(W_t^* \chi_{t,s}^W\right)^{-\sigma_w} \left\{ \frac{(1-\sigma_w)}{\sigma_w} W_t^* \chi_{t,s}^W + W_{t+s} mc_{t+s}^W \right\} = 0$$

ან

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi\theta_w)^s \frac{(\sigma_w - 1)}{\sigma_w} \Lambda_{\mathrm{t+s}} N_{t+s}^d W_{t+s}^{\sigma_w} \left(W_t^* \chi_{t,s}^W\right)^{1-\sigma_w} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\xi\theta_w)^s \Lambda_{\mathrm{t+s}} N_{t+s}^d \left(\frac{W_t^* \chi_{t,s}^W}{W_{t+s}}\right)^{-\sigma_w} W_{t+s} mc_{t+s}^W$$

მარჯვენა და მარცხენა მხარეების რეკურსიულად ამოხსნის შემდგომ იქნება:

მარჯვენა მხარე:

$$f_t^W = \frac{(\sigma_w - 1)}{\sigma_w} \Lambda_{\mathrm{t}} N_t^d W_t^{\sigma_w} (W_t^*)^{1-\sigma_w} + \beta\xi\theta_w \left(\frac{W_t^*}{W_{t+1}^*} \bar{g}^z \pi_{c,t+k-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W} \right)^{1-\sigma_w} f_{t+1}^W \qquad (\mathrm{C.2})$$

მარცხენა მხარე:

$$f_t^W = \Lambda_{\mathrm{t}} N_t^d \left(\frac{W_t^*}{W_t}\right)^{-\sigma_w} W_{(t)} mc_t^W + \beta\xi\theta_w \left(\frac{W_t^*}{W_{t+1}^*} \bar{g}^z \pi_{c,t+k-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W} \right)^{-\sigma_w} f_{t+1}^W \qquad (\mathrm{C.3})$$

აგრეგირებული შრომის წონასწორობა და ხელფასის ინდექსი შემდეგნაირად შეიძლება ჩაიწეროს:

$$N_t = \nu_{w,t} N_t^d \qquad (\mathrm{C.4})$$

სადაც:

$$\begin{aligned}
\nu_{w,t} &= \int_0^1 \left(\frac{W_{j,t}}{W_t}\right)^{-\sigma_w} dj = \int_0^{\theta_w} \left(\frac{W_{j,t-1}}{W_{t-1}} \bar{g}^z \pi_{c,t+k-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}\right)^{-\sigma_w} dj + \int_{\theta_w}^1 \left(\frac{w_t^*}{w_t}\right)^{-\sigma_w} dj \\
&= \left(\frac{w_{t-1}}{w_t} \frac{\bar{g}^z \pi_{c,t-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}}{g_t^z \pi_{c,t}}\right)^{-\sigma_w} \int_0^{\theta_w} \left(\frac{W_{j,t-1}}{W_{t-1}}\right)^{-\sigma_w} dj + (1-\theta_w)\left(\frac{w_t^*}{w_t}\right)^{-\sigma_w} \\
&= \theta_w \left(\frac{w_{t-1}}{w_t} \frac{\bar{g}^z \pi_{c,t-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}}{g_t^z \pi_{c,t}}\right)^{-\sigma_w} \nu_{w,t-1} + (1-\theta_w)\left(\frac{w_t^*}{w_t}\right)^{-\sigma_w}
\end{aligned}$$

სადაც:

$$\begin{aligned}
\nu_{w,t} &= \int_0^1 \left(\frac{W_{j,t}}{W_t}\right)^{-\sigma_w} dj = \int_0^{\theta_w} \left(\frac{W_{j,t-1}}{W_{t-1}} \bar{g}^z \pi_{c,t+k-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}\right)^{-\sigma_w} dj + \int_{\theta_w}^1 \left(\frac{w_t^*}{w_t}\right)^{-\sigma_w} dj \\
&= \left(\frac{w_{t-1}}{w_t} \frac{\bar{g}^z \pi_{c,t-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}}{g_t^z \pi_{c,t}}\right)^{-\sigma_w} \int_0^{\theta_w} \left(\frac{W_{j,t-1}}{W_{t-1}}\right)^{-\sigma_w} dj + (1-\theta_w)\left(\frac{w_t^*}{w_t}\right)^{-\sigma_w} \\
&= \theta_w \left(\frac{w_{t-1}}{w_t} \frac{\bar{g}^z \pi_{c,t-1}^{\iota_W} \bar{\pi}_c^{1-\iota_W}}{g_t^z \pi_{c,t}}\right)^{-\sigma_w} \nu_{w,t-1} + (1-\theta_w)\left(\frac{w_t^*}{w_t}\right)^{-\sigma_w}
\end{aligned}$$

დანართი D. საბოლოო მოხმარების პროდუქციის მწარმოებლები

საბოლოო მოხმარების საქონლის მწარმოებელი ფირმები ახდენენ საწარმოო ხარჯების მინიმიზირებას საწარმოო ტექნოლოგიის გათავალისწინებით, რაც გამოისახება შემდეგი განტოლებით:

$$\mathbb{X}_t = \left[\left(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} (\mathbb{X}_t^{NO})^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} + \left(\alpha_{\mathbb{X},Oil}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \left(\mathbb{X}_t^{Oil}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \right]^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}}{\eta_{\mathbb{X}}-1}} \tag{D.1}$$

ხოლო არასანავთობო პროდუქტისთვის კი მინიმიზების განტოლება შემდეგი სახე ექნება:

$$\mathbb{X}_t^{NO} = \left[\left(1-\alpha_{\mathbb{X},F}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}}} (\mathbb{X}_t^{H})^{\frac{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}-1}{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}}} + \left(\alpha_{\mathbb{X},F}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}}} \left(\mathbb{X}_t^{F,Noil}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}-1}{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}}} \right]^{\frac{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}}{\eta_{\mathbb{X}^{NO}}-1}} \tag{D.2}$$

$\mathbb{X} \in \{C, Inv, Inv_g\}$, რადგან აღნიშნული საწარმოო ტექნოლოგია მსგავსია მოხმარების და ინვესტიციებისთვის. $\eta_{\mathbb{X}}$ და $\eta_{\mathbb{X}^{NO}}$ წარმოადგენს ადგილობრივ და უცხოურ საქონელს შორის ჩანაცვლების ელასტიურობას. $\alpha_{\mathbb{X},F}$ არის უცხოური საქონლის (ნავთობის გარდა) წილი არასანავთობო პროდუქტების საბოლოო მოხმარებაში. ხოლო $\alpha_{\mathbb{X},Oil}$ წარმოადგენს იმპორტირებული ნავთობის წილს საბოლოო მოხმარებაში.

ლანგრაჟის ფუნქცია ხარჯების მინიმიზაციისთვის საბოლოო მოხმარების პროდუქციის წარმოებისთვის მიიღებს შემდეგ ფორმას:

$$\mathcal{L} = \mathbb{X}_t^{NO} P_{\mathbb{X},t}^{NO} + \mathbb{X}_t^{Oil} P_{\mathbb{X},t}^{Oil} S_t + \lambda_{\mathbb{X},t} \left[\mathbb{X}_t - \left[\left(1-\alpha_{\mathbb{X},oil}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} (\mathbb{X}_t^{NO})^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} + \left(\alpha_{\mathbb{X},oil}\right)^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \left(\mathbb{X}_t^{Oil}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \right]^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}}{\eta_{\mathbb{X}}-1}} \right] \to min \tag{D.3}$$

სადაც $\lambda_{\mathbb{X},t}$ წარმოადგენს ფასს $P_t^{\mathbb{X}}$.

პირველი რიგის წარმოებული $\mathbb{X}_t^{NO}$ მიმართ იქნება:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbb{X}_t^{NO}} = P_{\mathbb{X},t}^{NO} - P_t^{\mathbb{X}} \frac{\eta_{\mathbb{X}}}{\eta_{\mathbb{X}}-1} \left[(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \left(\mathbb{X}_t^{NO}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} + (\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \left(\mathbb{X}_t^{Oil}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \right]^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}-1}} \frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}} (1 - \alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \left(\mathbb{X}_t^{NO}\right)^{\frac{-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbb{X}_t^{NO}} = P_{\mathbb{X},t}^{NO} - P_t^{\mathbb{X}} \left[(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \left(\mathbb{X}_t^{NO}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} + (\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \left(\mathbb{X}_t^{Oil}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \right]^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}-1}} (1-\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}} \left(\mathbb{X}_t^{NO}\right)^{\frac{-1}{\eta_{\mathbb{X}}}} = 0$$

სადაც:

$$\left[(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}(\mathbb{X}_t^{NO})^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}}+(\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}(\mathbb{X}_t^{Oil})^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}}\right]^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}-1}}=\mathbb{X}_t^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}$$

ამის გათვალისიწნებით:

$$P_t^{\mathbb{X}}\,\mathbb{X}_t^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}=P_{\mathbb{X},t}^{NO}\,(\mathbb{X}_t^{NO})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}$$

$$\mathbb{X}_t^{NO}=\left(\frac{P_t^{\mathbb{X}}}{P_{\mathbb{X},t}^{NO}}\right)^{\eta_{\mathbb{X}}}\ \mathbb{X}_t\,(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil})$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა შეფარდებითი ფასისთვის:

$$\frac{P_t^{\mathbb{X}}}{P_{\mathbb{X},t}^{NO}}=p_{\mathbb{X},NO,t}\ \Rightarrow\ \left(\frac{P_{\mathbb{X},t}^{NO}}{P_t^{\mathbb{X}}}\right)^{-\eta_{\mathbb{X}}}=p_{\mathbb{X},NO,t}^{-\eta_{\mathbb{X}}}$$

გვექნება:

$$\mathbb{X}_t^{NO}=p_{\mathbb{X},NO,t}^{-\eta_{\mathbb{X}}}\ \mathbb{X}_t\,(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil}) \tag{D.4}$$

პირველი რიგის წარმოებული $\mathbb{X}_t^{Oil}$ მიმართ იქნება:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\mathbb{X}_t^{NO}}=P_{\mathbb{X},t}^{Oil}S_t-P_t^{\mathbb{X}}\,\frac{\eta_{\mathbb{X}}}{\eta_{\mathbb{X}}-1}\left[(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}\left(\mathbb{X}_t^{NO}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}}+(\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}\left(\mathbb{X}_t^{Oil}\right)^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}}\right]^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}-1}}\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{c\mathbb{X}}}(\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}\left(\mathbb{X}_t^{Oil}\right)^{\frac{-1}{\eta_{\mathbb{X}}}}=0$$

სადაც:

$$\left[(1-\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}(\mathbb{X}_t^{NO})^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}}+(\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}(\mathbb{X}_t^{Oil})^{\frac{\eta_{\mathbb{X}}-1}{\eta_{\mathbb{X}}}}\right]^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}-1}}=\mathbb{X}_t^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}$$

გვექნება:

$$P_{\mathbb{X},t}^{Oil}S_t-P_t^{\mathbb{X}}\mathbb{X}_t^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}\,(\alpha_{\mathbb{X},Oil})^{\frac{1}{\eta_{\mathbb{X}}}}(\mathbb{X}_t^{Oil})^{\frac{-1}{\eta_{\mathbb{X}}}}=0$$

$$\mathbb{X}_t^{Oil}=\left(\frac{P_t^{\mathbb{X}}}{P_{\mathbb{X},t}^{Oil}S_t}\right)^{\eta_{\mathbb{X}}}\mathbb{X}_t\,(\alpha_{\mathbb{X},Oil})$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა შეფარდებითი ფასისთვის:

$$\frac{P_t^{\mathbb{X}}}{P_{\mathbb{X},t}^{Oil}S_t}=p_{Oil,t}^{*}\,S_t\Rightarrow\left(\frac{P_{\mathbb{X},t}^{Oil}S_t}{P_t^{\mathbb{X}}}\right)^{-\eta_{\mathbb{X}}}=(p_{Oil,t}^{*}S_t)^{-\eta_{\mathbb{X}}}$$

$$\mathbb{X}_t^{Oil}=(p_{Oil,t}^{*}S_t)^{-\eta_{\mathbb{X}}}\mathbb{X}_t\,(\alpha_{\mathbb{X},Oil}) \tag{D.5}$$

დანართი E. შუალედური მოხმარების საქონლის მწარმოებლები

ადგილობრივი შუალედური მოხმარების საქონლის მწარმოებლები ახდენენ დანახარჯების შემდეგი დანახარჯების მინიმიზაციას :

$$R_t^K K_{j,u,t} + W_t N_{j,t} \tag{E.1}$$

შუალედური საქონელი წარმოებულია უწყვეტი რაოდენობის მონოპოლისტური j ფირმების მიერ. მოცემული ფირმები იყენებენ კაპიტალსა და შრომას რათა აწარმოონ $Y_{j,t}^H$ საქონელი. საწარმოო ფუნქციას შემდეგი სახე აქვს:

$$Y_{j,t}^H = \zeta_t Z_t^{(1-\alpha-\alpha_G)} K_{j,u,t}^{\alpha} \left(N_{j,t}^d\right)^{1-\alpha} K_{G,t-1}^{\alpha_G} \tag{E.2}$$

სადაც $\alpha \in (0,1)$ არის კაპიტალის წილი მთლიან გამოშვებაში, ζ_t არის პროდუქტიულობის დროებით შოკი და Z_t პროდუქტიულობის დონე. დინამიკაში Z_t შემდეგნაირად გამოისახება:

ლანგრაჟის ფუნქციას ექნება შემდეგი სახე:

$$\mathcal{L} = W_t N_{j,t}^d + R_t^K K_{j,u,t} + MC_{j,t}^H \left[Y_{j,t}^H - \zeta_t Z_t^{(1-\alpha-\alpha_G)} K_{j,u,t}^{\alpha} \left(N_{j,t}^d\right)^{1-\alpha} K_{G,t-1}^{\alpha_G} \right] \tag{E.3}$$

სადაც $\lambda = MC_{j,t}^H$

პირველი რიგის პირობა $\boldsymbol{N_{j,t}^d}$-ის მიმართ

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_{j,t}^d} = W_t - MC_{j,t}^H (1-\alpha) \zeta_t Z_t^{(1-\alpha-\alpha_G)} K_{j,u,t}^{\alpha} \left(N_{j,t}^d\right)^{-\alpha} K_{G,t-1}^{\alpha_G} = 0$$

$$W_t = MC_{j,t}^H (1-\alpha) \frac{Y_{j,t}^H}{N_{j,t}^d} \tag{E.4}$$

პირველი რიგის პირობა $K_{j,u,t}$-ის მიმართ

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{j,u,t}} = R_t^K - MC_{j,t}^H \alpha \zeta_t Z_t^{(1-\alpha-\alpha_G)} K_{j,u,t}^{\alpha-1} \left(N_{j,t}^d\right)^{1-\alpha} K_{G,t-1}^{\alpha_G} = 0$$

$$R_t^K = MC_{j,t}^H \alpha \frac{Y_{j,t}^H}{K_{j,u,t}} \tag{E.5}$$

შრომისა და კაპიტალის მოთხოვნის ფუნქციების საწარმოო ფუნქციაში გათვალისწინებით შესაძლებელია ზღვრული ხარჯების მნიშვნელობის მიღება:

$$MC_t^H = \frac{1}{\zeta_t Z_t^{(1-\alpha-\alpha_G)} K_{G,t-1}^{\alpha_G}} \left(\frac{R_t^K}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{W_t}{(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} \tag{E.6}$$

კალვოს ფასდადების (Calvo pricing) წესის მიხედვით, ფირმები ყოველთვის ვერ ახერხებენ ფასების ცვლილებას. ყოველ მოცემულ პერიოდში $(1-\theta_H)$ფირმა მოახერხებს ფასების ოპტიმალურად ცვლილბას (დაწესებას), ხოლო დარჩენილი θ_H ფირმები კი ფასების ცლილებას მოახდენენ მარტივი წესის მიხედვით. თუ ფირმა ვერ ახდენს ფასების ოპტიმალურად დაწესებას მაშინ ის მიყვება შემდეგ ინდექსაციის წესს:

$$p_{j,t}^{H}=p_{j,t-1}^{H}\pi_{c,t-1}^{\iota_H}\bar{\pi}_c^{1-\iota_H}$$

სადაც ι_H პარამეტრი პასუხისმგებელია ფასების ინდექსაციის ხარისხზე. როდესაც $\iota_H=1$, მაშინ ინდექსაცია ხდება სრულიად წარსულ ინფლაციაზე დაყრდნობით, ხოლო როცა $\iota_H=0$, მაშინ ფასების ინდექსაცია ინფლაციის მიზნობრივი დონით ინდექსირდება.

მოგების მაქსიმიზაციის ფუნქციის განსაზღვრისთვის საჭიროა შემდეგი აღნიშვნა:

$$\chi_{t,s}^{H}=\frac{\tilde{\pi}_t^H\tilde{\pi}_{t+1}^H\ldots\tilde{\pi}_{t+s-1}^H}{\pi_{t+1}^H\ldots\pi_{t+s}^H}=\prod_{k=1}^{s}\frac{\tilde{\pi}_{t+k-1}^H}{\pi_{t+k}^H}$$

ვინაიდან ფირმა რომელიც ფასის ოპტიმალურად დაწესებას ვერ ახდენს მიყვება შემდეგ თანმიმდევრობას:

$$p_{j,t+1}^{H}=p_{j,t}^{H}\pi_{c,t}^{\iota_H}\bar{\pi}_c^{1-\iota_H}$$

$$\begin{aligned}p_{j,t+2}^{H}&=p_{j,t+1}^{H}\pi_{c,t+1}^{\iota_H}\bar{\pi}_c^{1-\iota_H}\\&=p_{j,t}^{H}\pi_{c,t}^{\iota_H}\bar{\pi}_c^{1-\iota_H}\pi_{c,t+1}^{\iota_H}\bar{\pi}_c^{1-\iota_H}\end{aligned}$$

საიდანაც შემდეგი იგივეობა მიიღება:

$$\frac{p_{j,t+s}^H}{p_{t+s}^H}=\frac{p_{j,t}^H}{p_t^H}\chi_{t,s}^H$$

$$\chi_{t,s+1}^H=\chi_{t+1,s}^H\frac{\tilde{\pi}_t^H}{\pi_{t+1}^H}$$

ფირმის მოგების მაქსიმიზაციის პრობლემა შემდეგნაირად გამოისახება:

$$\max_{p_{j,t}^H}E_t\sum_{s=0}^{\infty}\frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s}R_{t+l-1}}\left[p_{j,t+s}^H\,Y_{j,t+s}^H-MC_{t+s}^HY_{j,t+s}^H\right]$$

შემდეგი პირობით:

$$Y_{j,t+s}^H=\left(\frac{p_{j,t+s}^H}{p_{t+s}^H}\right)^{-\eta_H}Y_{t+s}^H$$

სადაც MC_t^H არის ნომინალური ზღვრული დანახარჯი, $p_{j,t}^H$ კი ადგილობრივი საქონლის ნომინალური ფასი.

მაქსიმიზაციის პრობლემა შესაძლებელია მარტივ ფორმაში ჩაიწეროს:

$$\max_{p_{j,t}^H} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left[\chi_{t,s}^H \frac{p_{j,t}^H}{p_t^H} p_{t+s}^H \left(\frac{p_{j,t}^H}{p_t^H} \chi_{t,s}^H \right)^{-\eta_H} - MC_{t+s}^H \left(\frac{p_{j,t}^H}{p_t^H} \chi_{t,s}^H \right)^{-\eta_H} \right] Y_{t+s}^H$$

$$\max_{p_{j,t}^H} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\frac{\chi_{t,s}^H}{p_t^H} \right)^{-\eta_H} \left[\chi_{t,s}^H \frac{p_{t+s}^H}{p_t^H} \left(p_{j,t}^H \right)^{1-\eta_H} - MC_{t+s}^H \left(p_{j,t}^H \right)^{-\eta_H} \right] Y_{t+s}^H$$

ვინაიდან, s პერიოდი აღნიშნავს დროს რაც გასულია ბოლო ოპტიმიზაციიდან, $p_{j,t}^H$ შეიძლება ჩაითვალოს როგორც ოპტიმალური ფასი და ჩანაცვლდეს p^{*H}_{t}-ით.

პირველი რიგის პირობა p^{*H}_{t}-ის მიმართ იქნება:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\frac{\chi_{t,s}^H}{p_t^H} \right)^{-\eta_H} \left[(1-\eta_H) \chi_{t,s}^H \frac{p_{t+s}^H}{p_t^H} \left(p^{*H}_{t} \right)^{-\eta_H} + \eta_H MC_{t+s}^H \left(p^{*H}_{t} \right)^{-\eta_H - 1} \right] Y_{t+s}^H = 0$$

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\frac{\chi_{t,s}^H}{p_t^H} \right)^{-\eta_H} \left[\chi_{t,s}^H \frac{p_{t+s}^H}{p_t^H} p^{*H}_{t} + \frac{\eta_H}{(1-\eta_H)} MC_{t+s}^H \right] Y_{t+s}^H = 0$$

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} p_{t+s}^H \left(\frac{\chi_{t,s}^H}{p_t^H} \right)^{-\eta_H} \left[\chi_{t,s}^H \frac{p^{*H}_{t}}{p_t^H} + \frac{\eta_H}{(1-\eta_H)} \frac{MC_{t+s}^H}{p_{t+s}^H} \right] Y_{t+s}^H = 0$$

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} p_{t+s}^H \left(\chi_{t,s}^H \right)^{-\eta_H} \left[\chi_{t,s}^H \frac{p^{*H}_{t}}{p_t^H} + \frac{\eta_H}{(1-\eta_H)} \frac{MC_{t+s}^H}{p_{t+s}^H} \right] Y_{t+s}^H = 0$$

ფრჩხილების გახსნის და განტოლების წევრების ტოლობის ორ მხარეს გადალაგებით იქნება:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} p_{t+s}^H \left(\chi_{t,s}^H \right)^{1-\eta_H} \frac{p^{*H}_{t}}{p_t^H} Y_{t+s}^H = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} p_{t+s}^H \left(\chi_{t,s}^H \right)^{-\eta_H} \frac{\eta_H}{(\eta_H - 1)} \frac{MC_{t+s}^H}{p_{t+s}^H} Y_{t+s}^H$$

განტოლების ორივე მხარის P_t^C და Z_t-ზე გაყოფით (ცვლადების გასტაციონალურება ფასების და მწარმოებლურობის ზრდის ტემპების მიხედვით) მიიღება:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \frac{p_{t+s}^H}{P_t^C} \left(\chi_{t,s}^H \right)^{1-\eta_H} \frac{p^{*H}_{t}}{p_t^H} \frac{Y_{t+s}^H}{Z_t} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\chi_{t,s}^H \right)^{-\eta_H} \frac{\eta_H}{(\eta_H - 1)} \frac{MC_{t+s}^H}{P_t^C} \frac{Y_{t+s}^H}{Z_t}$$

სტაციონალურ ფორმაში განტოლებას შემდეგი ფორმა ექნება:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} p_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}} \left(\chi_{t,s}^{H}\right)^{1-\eta_H} \frac{{p^*}_t^H}{p_t^H} y_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\chi_{t,s}^{H}\right)^{-\eta_H} \frac{\eta_H}{(\eta_H - 1)} mc_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}}\ y_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}}$$

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} p_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}} \frac{P_{t+s}^C}{P_t^C} \left(\chi_{t,s}^{H}\right)^{1-\eta_H} \frac{{p^*}_t^H}{p_t^H} y_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}} \frac{Z_{t+s}}{Z_t} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \frac{P_{t+s}^C}{P_t^C} \left(\chi_{t,s}^{H}\right)^{-\eta_H} \frac{\eta_H}{(\eta_H - 1)} mc_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}}\ y_{\mathrm{t+s}}^{\mathrm{H}} \frac{Z_{t+s}}{Z_t}$$

ტოლობის მარჯვენა და მარცხება მხარის რეკურსიულ ფორმაში ჩაწერით და f_t^H ით აღნიშვნით გვექნება:

$$f_t^H = {p^*}_t^H y_t^H + \xi\theta_H E_t \left[\frac{g_{t+1}^z \pi_{c,t+1}}{R_t} \left(\frac{\tilde{\pi}_t^H}{\pi_{t+1}^H} \right)^{1-\eta_H} \frac{\tilde{\pi}_{t+1}^H}{\pi_{t+1}^{H,opt}} f_{t+1}^H \right] \tag{E.7}$$

$$f_t^H = \frac{\eta_H}{(\eta_H - 1)} mc_t^H y_t^{\mathrm{H}} + \xi\theta_H E_t \left[\frac{g_{t+1}^z \pi_{c,t+1}}{R_t} \left(\frac{\tilde{\pi}_t^H}{\pi_{t+1}^H} \right)^{-\eta_H} f_{t+1}^H \right] \tag{E.8}$$

დანართი F. არასანავთობო იმპორტიორები

არასანავთობო პროდუქტის იმპორტიორები ფასებს აწესებენ მოგების მაქსიმიზაციის პრობლემის მიხედვით. ისევე როგორც შუალედური მოხმარების საქონლის მწარმოებლები, იმპორტიორებიც ფასების ხელახლა ოპტიმალურად დაწესებას თითოეულ პერიოდში ახდენენ მუდმივი ალბათობით $(1-\theta_F)$ და ხოლო როდესაც θ_F ალბათობით ვერ ახდენენ ფასების ოპტიმალურ დაწესებას ისინი მიყვებიან მარტივი ინდექსაციის წესს:

$$p_{j,t}^F = p_{j,t-1}^F \pi_{c,t-1}^{\iota_F} \bar{\pi}_c^{1-\iota_F} = p_{j,t-1}^F \tilde{\pi}_{t-1}^F$$

$$\chi_{t,s}^F = \prod_{k=1}^{s} \frac{\tilde{\pi}_{t+k-1}^F}{\pi_{t+k}^F}$$

$$\frac{P_{j,t+s}^F}{P_{t+s}^F} = \frac{P_{j,t}^F}{P_t^F} \chi_{t,s}^F$$

$$\chi_{t,s+1}^F = \chi_{t+1,s}^F \frac{\tilde{\pi}_t^F}{\pi_{t+1}^F}$$

რეალური ზღვრული დანახარჯები იმპორტიორებისათვის წარმოადგენს რეალურ ეფექტურ გაცვლით კურსს. მოგების მაქსიმიზაციის პრობლემას შემდეგი სახე აქვს:

$$\max_{p_{j,t}^F} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left[\left(P_{j,t+s}^F - P_{t+s}^* S_{t+s}\right) Imp_{(j,t+s)}^D\right]$$

შემდეგი პირობით:

$$Imp_{(j,t+s)}^D = \left(\frac{P_{j,t}^F}{P_t^F}\right)^{-\eta_F} Imp_{t+s}^{D,Noil}$$

ამ ორი ტოლობის გაერთიანებით ოპტიმიზაციის პრობლემა საბოლოო სახით იქნება:

$$\max_{p_{j,t}^F} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left[\left(P_{j,t+s}^F \left(\frac{P_{j,t+s}^F}{P_{t+s}^F}\right)^{-\eta_F} - P_{t+s}^* S_{t+s} \left(\frac{P_{j,t+s}^F}{P_{t+s}^F}\right)^{-\eta_F}\right) Imp_{t+s}^{D,Noil}\right]$$

$$\max_{p_{j,t}^F} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left[\left(\frac{P_{j,t}^F}{P_t^F} \chi_{t,s}^F P_{t+s}^F \left(\frac{P_{j,t}^F}{P_t^F} \chi_{t,s}^F\right)^{-\eta_F} - P_{t+s}^* S_{t+s} \left(\frac{P_{j,t}^F}{P_t^F} \chi_{t,s}^F\right)^{-\eta_F}\right) Imp_{t+s}^{D,Noil}\right]$$

$$\max_{p_{j,t}^F} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\frac{\chi_{t,s}^F}{P_t^F}\right)^{-\eta_F} \left[\left(\frac{P_{t+s}^F}{P_t^F} \chi_{t,s}^F \left(P_{j,t}^F\right)^{1-\eta_F} - P_{t+s}^* S_{t+s} \left(P_{j,t}^F\right)^{-\eta_F}\right) Imp_{t+s}^{D,Noil}\right]$$

პირველი რიგის პირობა $P_{j,t+s}^F$ მიმართ იქნება

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\frac{\chi_{t,s}^F}{P_t^F}\right)^{-\eta_F} \left[(1-\eta_F)\left(\frac{P_{t+s}^F}{P_t^F}\chi_{t,s}^F \left(P_{j,t}^{opt}\right)^{-\eta_F} + \eta_F P_{t+s}^* S_{t+s}\left(P_{j,t}^{opt}\right)^{-\eta_F-1}\right) Imp_{t+s}^{D,Noil}\right] = 0$$

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\frac{\chi_{t,s}^F}{P_t^F}\right)^{-\eta_F} \left[\left(\frac{P_{t+s}^F}{P_t^F}\chi_{t,s}^F P_{j,t}^{opt} + \frac{\eta_F}{(1-\eta_F)} P_{t+s}^* S_{t+s}\right) Imp_{t+s}^{D,Noil}\right] = 0$$

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\frac{\chi_{t,s}^F}{P_t^F}\right)^{-\eta_F} P_{t+s}^F \left[\left(\chi_{t,s}^F \frac{P_{j,t}^{opt} P_{t+s}^C}{P_t^F P_{t+s}^C} + \frac{\eta_F}{(1-\eta_F)} \frac{P_{t+s}^C P_{t+s}^* S_{t+s}}{P_{t+s}^F P_{t+s}^C}\right) Imp_{t+s}^{D,Noil}\right] = 0$$

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\frac{\chi_{t,s}^F}{P_t^F}\right)^{-\eta_F} P_{t+s}^F \left[\left(\chi_{t,s}^F \frac{p_{j,t}^{opt}}{p_t^F} + \frac{\eta_F}{(1-\eta_F)} \frac{rer_{t+s}}{p_{t+s}^F}\right) Imp_{t+s}^{D,Noil}\right] = 0$$

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\chi_{t,s}^F\right)^{1-\eta_F} \frac{p_{j,t}^{opt}}{p_t^F} Imp_{t+s}^{D,Noil} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\chi_{t,s}^F\right)^{-\eta_F} \frac{\eta_F}{(\eta_F-1)} \frac{rer_{t+s}}{p_{t+s}^F} Imp_{t+s}^{D,Noil}$$

სტაციონალურ ფორმაში ორივე მხარე იქნება:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\chi_{t,s}^F\right)^{1-\eta_F} \frac{p_{j,t}^{opt}}{p_t^F} \pi_{c,t+1} imp_{t+s}^{D,Noil} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\xi\theta_H)^s}{\prod_{l=1}^{s} R_{t+l-1}} \left(\chi_{t,s}^F\right)^{-\eta_F} \frac{\eta_F}{(\eta_F-1)} \frac{rer_{t+s}}{p_{t+s}^F} \pi_{c,t+1} imp_{t+s}^{D,Noil}$$

ტოლობის ორივე მხარის რეკურსიულად ჩაწერით მიიღება:

$$f_t^F = p_{j,t}^{opt} imp_t^{D,Noil} + (\xi\theta_H) E_t \left[\frac{\pi_{c,t+1} g_{t+1}^z}{R_t} \left(\frac{\tilde{\pi}_t^F}{\pi_{t+1}^F}\right)^{1-\eta_F} \frac{p_t^F}{p_{t+1}^F} \frac{p_{t+1}^{F,opt}}{p_t^{F,opt}} f_{t+1}^F\right] \quad (F.1)$$

$$f_t^F = \frac{\eta_F}{(\eta_F-1)} rer_t imp_t^{D,Noil} + (\xi\theta_H) E_t \left[\frac{\pi_{c,t+1} g_{t+1}^z}{R_t} \left(\frac{\tilde{\pi}_t^F}{\pi_{t+1}^F}\right)^{-\eta_F} f_{t+1}^F\right] \quad (F.2)$$

იმპორტის შეფარდებითი ფასები იქნება:

$$p_t^F = \left[\theta_F \left(p_{t-1}^F \frac{\tilde{\pi}_{t-1}^F}{\pi_{c,t}}\right)^{1-\eta_F} + (1-\theta_F)\left(p_t^{F,opt}\right)^{1-\eta_F}\right]^{\frac{1}{1-\eta_F}} \quad (F.3)$$

იმპორტის ფასებს შორის სხვაობა:

$$\nu_t^F = \theta_F \left(\frac{\tilde{\pi}_{t-1}^F}{\pi_{c,t}}\right)^{-\eta_F} \nu_{t-1}^F + (1-\theta_F)\left(\frac{p_t^{F,opt}}{p_t^F}\right)^{-\eta_F} \qquad (\mathrm{F.4})$$

იმპორტის ფასების ინფლაცია:

$$\pi_t^F = \frac{p_t^F}{p_{t-1}^F}\pi_{c,t} \qquad (\mathrm{F.5})$$

არასანავთობო იმპორტის მიწოდება და მოთხოვნა:

$$imp_t^S = \nu_t^F imp_t^{D,Noil} \qquad (\mathrm{F.6})$$

არასანავთობო პროდუქტზე მოთხოვნა:

$$imp_t^{D,Noil} = c_t^{F,Noil} + inv_t^{F,Noil} + inv_{G,t}^{F,Noil} \qquad (\mathrm{F.7})$$

დანართი G. კაპიტალის მწარმოებლები

კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები აქირავებენ საკუთარ კაპიტალის მარაგს შუალედური საქონლის მწარმოებლებზე. ისინი წყვეტენ არსებული კაპიტალის უტილიზაციას, ისე რომ შუალედური საქონლის მწარმოებლებზე გაქირავებული კაპიტალის ეფექტიანი დონე იყოს:

$$K_t^u = \gamma_t^K K_{t-1}$$

სადაც γ_t^K წარმოადგენს კაპიტალის უტილიზაციის ტემპს. მაგრამ, კაპიტალის უტილიზაციის ტემპის დონის ზრდა დანახარჯებთანაა დაკავშირებული. ხარჯები განსაზღვრულია როგორც $P_t^H \Omega_K(\gamma_t^K) K_{t-1}$, ჩაზნექილი ფუნქციაა:

$$\Omega_K(\gamma_t^K) = \frac{1}{2}\vartheta_1\vartheta_2(\gamma_t^K)^2 + \vartheta_1(1-\vartheta_2)\gamma_t^K + \vartheta_1\left(\frac{\vartheta_2}{2} - 1\right)$$

კაპიტალის მწარმოებლებისთვის კაპიტალის მარაგის დაგროვების ფუნქციაა:

$$K_t = (1-\delta)K_{t-1} + z_t^{Inv} Inv_t \qquad (\mathrm{G}.1)$$

სადაც δ არის კაპიტალის ცვეთის ნორმა, ხოლო Inv_t კი ინვესტიციები. კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები აწყდებიან ინვესტიციების ცვლილების დანახარჯებს, რომელსაც შემდეგი ფორმა აქვს:

$$\Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1}) = \frac{\alpha_{Inv}}{2}\left(\frac{Inv_t}{Inv_{t-1}} - \bar{g}^z\right)^2$$

კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები მთლიან თავიანთ მოგებას უხდიან OLG შინამეურნეობებს დივიდენდის სახით:

$$D_t^K = (1-\tau_t^K)\left[(R_t^K\gamma_t^K - P_t^H\Omega_K(\gamma_t^K) + \tau_{K,t}\delta Q_t)K_{t-1} - P_t^{Inv} Inv_t\big(1 + \Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1})\big)\right] \qquad (\mathrm{G}.2)$$

კაპიტალური საქონლის მწარმოებლები ისე არჩევენ ინვესტიციებს - Inv_t, კაპიტალს - K_t და უტილიზაციის ტემპს γ_t^K, რომ მოახდინონ მიმდინარე და მომავალი დივიდენდების დისკონტირებული ჯამის მაქსიმიზაცია.

ლანგრაჟის ფუნქცია კაპიტალის საქონლის მწარმოებლებისთვის იქნება:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{R_{t,t+s}^{corp}} \left\{D_t^K + Q_t\left((1-\delta)K_{t-1} + z_t^{Inv} Inv_t - K_t\right)\right\} \qquad (\mathrm{G}.3)$$

პირველი რიგის წარმოებული $\boldsymbol{K_t}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} = -\frac{1}{R_{t,t}^{corp}} Q_t + \frac{1}{R_{t,t+1}^{corp}} Q_{t+1}(1-\delta) + \frac{1}{R_{t,t+1}^{corp}} (1-\tau_{t+1}^{K})(R_{t+1}^{K}\gamma_{t+1}^{K} - P_{t+1}^{H}\Omega_K(\gamma_{t+1}^{K}) + \tau_{K,t+1}\delta Q_{t+1}) = 0$$

$$Q_t = \frac{1}{R_{t,t+1}^{corp}} \left[Q_{t+1}(1-\delta) + (1-\tau_{t+1}^{K})(R_{t+1}^{K}\gamma_{t+1}^{K} - P_{t+1}^{H}\Omega_K(\gamma_{t+1}^{K}) + \tau_{K,t+1}\delta Q_{t+1})\right] \qquad (G.4)$$

პირველი რიგის წარმოებული $\boldsymbol{Inv_t}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Inv_t} = -\frac{1}{R_{t,t}^{corp}} \left[P_t^{Inv}\big(1+\Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1})\big) + P_t^{Inv} Inv_t \frac{\partial\big(1+\Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1})\big)}{\partial Inv_t} + Q_t z_t^{Inv}\right] - \frac{1}{R_{t,t+1}^{corp}} P_{t+1}^{Inv} Inv_{t+1} \frac{\partial\big(1+\Omega_{Inv}(Inv_{t+1}, Inv_t)\big)}{\partial Inv_{t+1}} = 0$$

$$\frac{1}{R_{t,t}^{corp}} Q_t z_t^{Inv} = \frac{1}{R_{t,t}^{corp}} \left[P_t^{Inv}\big(1+\Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1})\big) + P_t^{Inv} Inv_t \frac{\partial\big(1+\Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1})\big)}{\partial Inv_t}\right] - \frac{1}{R_{t,t+1}^{corp}} P_{t+1}^{Inv} Inv_{t+1} \frac{\partial\big(1+\Omega_{Inv}(Inv_{t+1}, Inv_t)\big)}{\partial Inv_{t+1}} = 0$$

$$\frac{1}{R_{t,t}^{corp}} Q_t z_t^{Inv} = \frac{1}{R_{t,t}^{corp}} \left[P_t^{Inv}\left(1+\frac{\alpha_{Inv}}{2}\left(\frac{Inv_t}{Inv_{t-1}} - \bar{g}^z\right)^2\right) + P_t^{Inv} Inv_t \alpha_{Inv}\left(\frac{Inv_t}{Inv_{t-1}} - \bar{g}^z\right)\frac{1}{Inv_{t-1}}\right] - \frac{1}{R_{t,t+1}^{corp}} P_{t+1}^{Inv} Inv_{t+1}\alpha_{Inv}\left(\frac{Inv_{t+1}}{Inv_t} - \bar{g}^z\right)\frac{1}{Inv_t} = 0$$

$$Q_t z_t^{Inv} = P_t^{Inv}\left[\left(1+\frac{\alpha_{inv}}{2}\left(\frac{Inv_t}{Inv_{t-1}} - \bar{g}^z\right)^2\right) + Inv_t\alpha_{Inv}\left(\frac{Inv_t}{Inv_{t-1}} - \bar{g}^z\right)\frac{1}{Inv_{t-1}}\right] - \frac{1}{R_{t,t+1}^{corp}} P_{t+1}^{Inv}\alpha_{Inv}\left(\frac{Inv_{t+1}}{Inv_t} - \bar{g}^z\right)\frac{Inv_{t+1}}{inv_t} \qquad (G.5)$$

პირველი რიგის წარმოებული γ_t^K

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \gamma_t^K} = (1-\tau_t^K)\left(R_t^K - P_t^H \frac{\partial \Omega_K(\gamma_t^K)}{\partial \gamma_t^K}\right) = 0$$

$$R_t^K = \left(P_t^H\left(\vartheta_1\vartheta_2\,\gamma_t^K + \vartheta_1(1-\vartheta_2)\right)\right) \qquad (G.6)$$

დანართი H. განტოლებები

$$P_t^C C_{o,a,t} = MPC_{o,t} \mathcal{W}_{o,a,t} \tag{H.1}$$

$$R_t^G = \mathcal{R}_t^{fa} \frac{S_{t+1}}{S_t} \tag{H.2}$$

$$k_1 V_{o,a,t}^2 - k_2 = 1 - \frac{1}{R_t^g} \tag{H.3}$$

$$\frac{1}{MPC_{o,t}} = \left(1 + \tau_{c,t}\right)\left(1 + \Omega_M\left(V_{o,t}\right) + \left(1 - \frac{1}{R_t^g}\right) V_{i,a,t}^{-1}\right) + \frac{\xi J_{o,a,t}}{RR_t^g} \frac{1}{MPC_{o,t+1}} \tag{H.4}$$

$$\mathcal{R}_t^{fa} = \frac{R_t^{fa}\ Prem_t^{Sov}\ Prem_t^{LCY} - \dfrac{\xi}{S_{t+1}} \dfrac{\partial \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t+1}^*, B_{o,a,t}^*\right)}{\partial B_{o,a,t}^*}}{1 + \dfrac{1}{S_t} \dfrac{\partial \Omega_{B_{o,a}^*}\left(B_{o,a,t}^*, B_{o,a,t-1}^*\right)}{\partial B_{o,a,t}^*}} \tag{H.5}$$

$$J_{o,a,t} = \left[\beta \frac{R_t^G}{\pi_{c,t+1}} \left(\frac{1}{g_{t+1}^z}\right)^{1-\sigma_c} \left(\frac{\dfrac{C_{o,t-1}}{Z_{t-1}}}{\dfrac{C_{o,t}}{Z_t}}\right)^{hab(1-\sigma_c)} \frac{z_{u,t+1}\left(1 + \tau_{C,t}\right)\ \left(1 + \Omega_M\left(V_{o,a,t}\right) + V_{o,a,t} \dfrac{\partial \Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)}{\partial V_t}\right)}{z_{u,t}\left(1 + \tau_{C,t+1}\right)\ \left(1 + \Omega_M\left(V_{o,a,t}\right) + V_{o,a,t+1} \dfrac{\partial \Omega_M\left(V_{o,a,t+1}\right)}{\partial V_{t+1}}\right)}\right]^{\frac{1}{\sigma_c}} \tag{H.6}$$

$$U_{o,a,t} = z_{u,t}\left(\left(\frac{C_{o,a,t}}{Z_t}\right) \Big/ \left(\frac{C_{o,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}\right)^{1-\sigma_c} \tag{H.7}$$

$$U_{o,a,t}\ C_{o,a,t}^{-1} = -\frac{\lambda_{o,a,t}}{Z_t}\left(1 + \tau_{C,t}\right)\ \left(1 + \Omega_M\left(V_{o,a,t}\right) + V_{o,a,t} \frac{\partial \Omega_M\left(V_{o,a,t}\right)}{\partial V_t}\right) \tag{H.8}$$

$$V_{o,t} = \frac{\left(1 + \tau_{C,t}\right) P_t^C\ C_{o,t}}{M_{o,t}} \tag{H.9}$$

$$\mathcal{W}_{o,t} = \mathcal{W}_{o,t}^B + \mathcal{W}_{o,t}^{B^*} + \mathcal{W}_{o,t}^K + \mathcal{W}_{o,t}^H + \mathcal{W}_{o,t}^{Y^H} + \mathcal{W}_{o,t}^O \tag{H.10}$$

$$\mathcal{W}_{o,t}^B = R_{t-1}^G B_{o,t-1} \tag{H.11}$$

$$\mathcal{W}_{o,t}^{B^*} = \frac{1}{\xi} S_t\ R_{t-1}^{fa}\ Prem_{t-1}^{Sov}\ Prem_{t-1}^{LCY}\ B_{o,t-1}^* + O_{o,t}^{B^*} \tag{H.12}$$

$$O_{o,t}^{B^*} = E_t\left[S_{t+1} B_{o,t}^* \left(\frac{R_t^{fa} Prem_t^{Sov} Prem_t^{LCY}}{R_t^g} - \frac{\mathcal{R}_t^{fa}}{R_t}\right) + \frac{\xi}{R_t^g} O_{o,t+1}^{B^*}\right] \tag{H.13}$$

$$\mathcal{W}_{o,t}^K = D_{o,t}^K + \frac{\xi}{R_t^g} E_t\left[\mathcal{W}_{o,t+1}^K\right] \tag{H.14}$$

$$\mathcal{W}_{o,t}^{Y^H} = D_{o,t}^Y + D_{o,t}^M + \frac{\xi}{R_t^g} E_t\left[\mathcal{W}_{o,t+1}^{Y^H}\right] \tag{H.15}$$

$$\mathcal{W}_{o,t}^{M} = M_{o,t-1} \qquad (H.16)$$

$$\mathcal{W}_{o,t}^{H} = \left(1-\tau_{N,t}\right) W_t N_{o,t} + \frac{\xi}{R_t^{g}} E_t\left[\mathcal{W}_{o,t+1}^{H}\right] \qquad (H.17)$$

$$\mathcal{W}_{o,t}^{O} = \frac{\gamma_{co}}{1-\omega} Y_t^{Com} S_t P_{co,t}^{*} + Tr_{o,t} + S_t D_{o,t}^{*} + \frac{\xi}{R_t^{g}} E_t\left[\mathcal{W}_{o,t+1}^{O}\right] \qquad (H.18)$$

$$\left(1+\tau_{C,t}\right) P_t^{C} C_{r,t} \left(1+\Omega_M\left(V_{r,t}\right)\right) + M_{r,t} = \frac{1}{\xi} M_{r,t-1} + \left(1-\tau_{N,t}\right) W_t N_{r,t} + Tr_{r,t} + S_t D_{r,t}^{*} \qquad (H.19)$$

$$U_{r,t}\, C_{r,t}^{-1} = -\frac{\lambda_{r,t}}{Z_t}\left(1+\tau_{C,t}\right) \left(1+\Omega_M\left(V_{r,a,}\right) + V_{r,a,t}\frac{\partial\Omega_M\left(V_{r,a,t}\right)}{\partial V_t}\right) \qquad (H.20)$$

$$k_1 V_{r,t}^{2} - k_2 = 1 - \frac{1}{R_t^{g}} \qquad (H.21)$$

$$U_{r,t} = z_{u,t}\left(\left(\frac{C_{r,t}}{Z_t}\right) \Big/ \left(\frac{C_{r,t-1}}{Z_{t-1}}\right)^{hab}\right)^{1-\sigma_c} \qquad (H.22)$$

$$V_{r,t} = \frac{\left(1+\tau_{C,t}\right) P_t^{C} C_{r,t}}{M_{r,t}} \qquad (H.23)$$

$$f_t^{W} = \Lambda_t N_t^{d}\left(\frac{W_t^{*}}{W_t}\right)^{-\sigma_w} W_{(t)} mc_t^{W} + \beta\xi\theta_w\left(\frac{W_t^{*}}{W_{t+1}^{*}}\bar{g}^{z}\pi_{c,t+k-1}^{\iota_W}\bar{\pi}_c^{1-\iota_W}\right)^{-\sigma_w} f_{t+1}^{W} \qquad (H.24)$$

$$f_t^{W} = \frac{(\sigma_w - 1)}{\sigma_w}\Lambda_t N_t^{d} W_t^{\sigma_w}(W_t^{*})^{1-\sigma_w} + \beta\xi\theta_w\left(\frac{W_t^{*}}{W_{t+1}^{*}}\chi_{t,s}^{W}\right)^{1-\sigma_w} f_{t+1}^{W} \qquad (H.25)$$

$$\gamma_N N_{i,a,t}^{\sigma_N} = \Lambda_{t+s} W_{t+s} mc_{t+s}^{W} \qquad (H.26)$$

$$N_t = \nu_{w,t} N_t^{d} \qquad (H.27)$$

$$\nu_{w,t} = \theta_w\left(\frac{w_{t-1}}{w_t}\frac{\bar{g}^{z}\pi_{c,t-1}^{\iota_W}\bar{\pi}_c^{1-\iota_W}}{g_t^{z}\pi_{c,t}}\right)^{-\sigma_w}\nu_{w,t-1} + (1-\theta_w)\left(\frac{w_t^{*}}{w_t}\right)^{-\sigma_w} \qquad (H.28)$$

$$w_t = \left(\theta_w\left(w_{t-1}\frac{\bar{g}^{z}\pi_{c,t-1}^{\iota_W}\bar{\pi}_c^{1-\iota_W}}{g_t^{z}\pi_{c,t}}\right)^{1-\sigma_w} + (1-\theta_w)(w_t^{*})^{1-\sigma_w}\right)^{\frac{1}{1-\sigma_w}} \qquad (H.29)$$

$$B_t = (1-\omega) B_{o,t} \qquad (H.30)$$

$$C_t = (1-\omega) C_{o,t} + \omega C_{r,t} \qquad (H.31)$$

$$M_t = (1-\omega) M_{o,t} + \omega M_{r,t} \qquad (H.32)$$

$$C_t^{NO} = \left(\frac{P_t^C}{P_{C,t}^{NO}}\right)^{\eta_c} \; C_t \left(1 - \alpha_{C,Oil}\right) \tag{H.33}$$

$$C_t^{Oil} = \left(\frac{P_t^C}{P_{C,t}^{Oil} S_t}\right)^{\eta_c} C_t \left(\alpha_{C,Oil}\right) \tag{H.34}$$

$$C_t^H = \left(\frac{p_{H,t}}{P_{C,t}^{NO}}\right)^{-\eta_{C^{NO}}} C_t^{NO}\left(1 - \alpha_{C,F}\right) \tag{H.35}$$

$$C_t^{F,Noil} = \left(\frac{p_{F,t}}{P_{C,t}^{NO}}\right)^{-\eta_{C^{NO}}} C_t^{NO} \alpha_{C,F} \tag{H.36}$$

$$P_t^C C_t = P_{C,t}^{NO} C_t^{NO} + \left(p_{Oil,t}^{*} S_t\right) C_t^{Oil} \tag{H.37}$$

$$P_{C,t}^{NO} C_t^{NO} = p_{H,t} C_t^H + p_{F,t} C_t^{F,Noil} \tag{H.38}$$

$$Inv_t^{NO} = \left(1 - \alpha_{Inv,Oil}\right)\left(\frac{P_{Inv,t}^{NO}}{p_{Inv,t}}\right)^{-\eta_{Inv}} Inv_t \tag{H.39}$$

$$Inv_t^{Oil} = \alpha_{Inv,Oil}\left(\frac{P_{Inv,t}^{Oil} S_t}{p_{Inv,t}}\right)^{-\eta_{Inv}} Inv_t \tag{H.40}$$

$$Inv_t^H = \left(1 - \alpha_{Inv,F}\right)\left(\frac{p_{Inv,t}^H}{P_{Inv,t}^{NO}}\right)^{-\eta_{Inv}} Inv_t^{NO} \tag{H.41}$$

$$Inv_t^{F,Noil} = \alpha_{Inv,F}\left(\frac{p_{Inv,t}^{F,Noil}}{P_{Inv,t}^{NO}}\right)^{-\eta_{Inv}} Inv_t^{NO} \tag{H.42}$$

$$P_{Inv,t} Inv_t = P_{Inv,t}^{NO} Inv_t^{NO} + P_{Inv,t}^{Oil} S_t Inv_t^{Oil} \tag{H.43}$$

$$P_{Inv,t}^{NO} Inv_t^{NO} = P_{Inv,t}^H Inv_t^H + P_{Inv,t}^{F,Noil} Inv_t^{F,Noil} \tag{H.44}$$

$$Inv_{G,t}^{NO} = \left(1 - \alpha_{Inv,G,Oil}\right)\left(\frac{P_{Inv,G,t}^{NO}}{p_{Inv,G,t}}\right)^{-\eta_{Inv,G}} Inv_{G,t} \tag{H.45}$$

$$Inv_{G,t}^{Oil} = \alpha_{Inv,G,Oil}\left(\frac{P_{Inv,G,t}^{Oil} S_t}{p_{Inv,G,t}}\right)^{-\eta_{Inv,G}} Inv_{G,t} \tag{H.46}$$

$$Inv_{G,t}^H = \left(1 - \alpha_{Inv,G,F}\right)\left(\frac{P_{Inv,G,t}^H}{P_{Inv,G,t}^{NO}}\right)^{-\eta_{Inv,G}} Inv_{G,t}^{NO} \tag{H.47}$$

$$Inv_{G,t}^{F,Noil} = \alpha_{Inv,G,F}\left(\frac{p_{Inv,G,t}^{F,Noil}}{P_{Inv,G,t}^{NO}}\right)^{-\eta_{Inv,G}} Inv_{G,t}^{NO} \tag{H.48}$$

$$P_{Inv,G,t} Inv_{G,t} = P_{Inv,G,t}^{NO} Inv_{G,t}^{NO} + P_{Inv,G,t}^{Oil} S_t Inv_{G,t}^{Oil} \tag{H.49}$$

$$P^{NO}_{Inv,G,t} Inv^{NO}_{G,t} = P^{H}_{Inv,G,t} Inv^{H}_{G,t} + p^{F,Noil}_{Inv,G,t} Inv^{F,Noil}_{G,t} \qquad (H.50)$$

$$P_{H,t} Y^{H,d}_t = P_{H,t}\left(C^H_t + Inv^H_t + C^H_{g,t} + Inv^H_{g,t} + Exp^H_t\right) + P^{Inv}_t Inv_t \Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1}) + (1-\omega)\left(1-\tau_{C,t}\right) P^C_t C_{o,t} \Omega_M\left(V_{o,t}\right) + \omega\left(1-\tau_{C,t}\right) P^C_t C_{r,t} \Omega_M\left(V_{r,t}\right) \qquad (H.51)$$

$$W_t = MC^H_t (1-\alpha) \frac{Y^H_{j,t}}{N^d_{j,t}} \qquad (H.52)$$

$$R^K_t = MC^H_t \alpha \frac{Y^H_{j,t}}{K_{j,u,t}} \qquad (H.53)$$

$$MC^H_t = \frac{1}{\zeta_t Z_t^{(1-\alpha-\alpha_G)} K^{\alpha_G}_{G,t-1}} \left(\frac{R^K_t}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{W_t}{(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} \qquad (H.54)$$

$$Y^H_{j,t} = \zeta_t Z_t^{(1-\alpha-\alpha_G)} K^{\alpha}_{j,u,t} \left(N^d_{j,t}\right)^{1-\alpha} K^{\alpha_G}_{G,t-1} \qquad (H.55)$$

$$f^H_t = {p^*}^H_t y^{\mathrm{H}}_t + \xi \theta_H E_t \left[\frac{g^z_{t+1} \pi_{c,t+1}}{R_t} \left(\frac{\tilde{\pi}^H_t}{\pi^H_{t+1}}\right)^{1-\eta_H} \frac{\tilde{\pi}^H_{t+1}}{\pi^{H,opt}_{t+1}} f^H_{t+1}\right] \qquad (H.56)$$

$$f^H_t = \frac{\eta_H}{(\eta_H - 1)} mc^H_t y^{\mathrm{H}}_t + \xi \theta_H E_t \left[\frac{g^z_{t+1} \pi_{c,t+1}}{R_t} \left(\frac{\tilde{\pi}^H_t}{\pi^H_{t+1}}\right)^{-\eta_H} f^H_{t+1}\right] \qquad (H.57)$$

$$\pi^H_t = \left[\theta_H \left(\pi^{\iota_H}_{c,t-1} \bar{\pi}_c^{1-\iota_H}\right)^{1-\eta_H} + (1-\theta_H) \left(\frac{{p^*}^H_t}{p^H_t} \pi^H_t\right)^{1-\eta_H}\right]^{\frac{1}{1-\eta_H}} \qquad (H.58)$$

$$\nu^H_t = \theta_H \left(\frac{\tilde{\pi}^H_{t-1}}{\pi^H_t}\right)^{-\eta_H} \nu^H_{t-1} + (1-\theta_H) \left(\frac{{p^*}^H_t}{p^H_t}\right)^{-\eta_H} \qquad (H.59)$$

$$Y^H_t = \nu^H_t Y^{H,d}_t \qquad (H.60)$$

$$Q_t = \frac{1}{R^{corp}_{t,t+1}} \left[Q_{t+1}(1-\delta) + (1-\tau^K_{t+1})\left(R^K_{t+1} \gamma^K_{t+1} - P^H_{t+1} \Omega_K(\gamma^K_{t+1}\right) + \tau_{K,t+1} \delta Q_{t+1})\right] \qquad (H.61)$$

$$Q_t z_t^{Inv} = P_t^{Inv}\left[\left(1+\frac{\alpha_{Inv}}{2}\left(\frac{Inv_t}{Inv_{t-1}}-\bar{g}^z\right)^2\right)+Inv_t\alpha_{Inv}\left(\frac{Inv_t}{Inv_{t-1}}-\bar{g}^z\right)\frac{1}{Inv_{t-1}}\right] - \frac{R_{t,t}^{corp}}{R_{t,t+1}^{corp}}P_{t+1}^{Inv}\alpha_{Inv}\left(\frac{Inv_{t+1}}{Inv_t}-\bar{g}^z\right)\frac{Inv_{t+1}}{inv_t} \tag{H.62}$$

$$R_t^K = \left(P_t^H\ \left(\vartheta_1\vartheta_2\,\gamma_t^K+\vartheta_1(1-\vartheta_2)\right)\right) \tag{H.63}$$

$$K_t^u = \gamma_t^K K_{t-1} \tag{H.64}$$

$$K_t = (1-\delta)K_{t-1} + z_t^{Inv} Inv_t \tag{H.65}$$

$$D_t^K = (1-\tau_t^K)\left[\left(R_t^K\gamma_t^K - P_t^H\Omega_K(\gamma_t^K)\right)+\tau_{K,t}\delta Q_t)K_{t-1} - P_t^{Inv}Inv_t\left(1+\Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1})\right)\right] \tag{H.66}$$

$$d_t^M = p_t^F imp_t^{D,Noil} - rer_t imp_t^S \tag{H.67}$$

$$imp_t^{D,Noil} = c_t^{F,Noil} + inv_t^{F,Noil} + inv_{G,t}^{F,Noil} \tag{H.68}$$

$$imp_t^{D,Oil} = c_t^{Oil} + inv_t^{Oil} + inv_{G,t}^{Oil} \tag{H.69}$$

$$imp_t^S = \nu_t^F imp_t^{D,Noil} \tag{H.70}$$

$$p_t^F = \left[\theta_F\left(p_{t-1}^F\frac{\tilde{\pi}_{t-1}^F}{\pi_{c,t}}\right)^{1-\eta_F} + (1-\theta_F)\left(p_t^{F,opt}\right)^{1-\eta_F}\right]^{\frac{1}{1-\eta_F}} \tag{H.71}$$

$$f_t^F = p_{j,t}^{opt} imp_t^{D,Noil} + (\xi\theta_H)E_t\left[\frac{\pi_{c,t+1}g_{t+1}^z}{R_t}\left(\frac{\tilde{\pi}_t^F}{\pi_{t+1}^F}\right)^{1-\eta_F}\frac{p_t^F}{p_{t+1}^F}\frac{p_{t+1}^{F,opt}}{p_t^{F,opt}}\ f_{t+1}^F\right] \tag{H.72}$$

$$f_t^F = \frac{\eta_F}{(\eta_F-1)}rer_t imp_t^{D,Noil} + (\xi\theta_H)E_t\left[\frac{\pi_{c,t+1}g_{t+1}^z}{R_t}\left(\frac{\tilde{\pi}_t^F}{\pi_{t+1}^F}\right)^{-\eta_F} f_{t+1}^F\right] \tag{H.73}$$

$$\pi_t^F = \frac{p_t^F}{p_{t-1}^F}\pi_{c,t} \tag{H.74}$$

$$\nu_t^F = \theta_F\left(\frac{\tilde{\pi}_{t-1}^F}{\pi_{c,t}}\right)^{-\eta_F}\nu_{t-1}^F + (1-\theta_F)\left(\frac{p_t^{F,opt}}{p_t^F}\right)^{-\eta_F} \tag{H.75}$$

$$R_t^{Unc} = R_{t-1}^{\rho_R}\left(\overline{R}_t\left(\frac{\pi_{c,t+1}}{\overline{\pi}_c}\right)^{\varphi_\pi}\left(\frac{y_t}{\overline{y}_t}\right)^{\varphi_Y}\right)^{1-\rho_R}\exp(z_t^m) \tag{H.76}$$

$$R_t = \max\left(R_t^{Unc}, \underline{R}\right) \tag{H.77}$$

$$D_t^{CB} = R_{t-1}^{fa}S_t B_{CB,t-1}^* - R_{t-1}^G B_{CB,t-1} - M_{t-1} - Cap_{CB,t-1} \tag{H.78}$$

$$Cap_{CB,t} = Cap_{CB,t-1} + D_t^{CB} - QDef_t \qquad (H.79)$$

$$Cap_{CB,t} = \rho_{CapCB} Cap_{CB,t-1} \pi_{c,t} g_t^z + \left(1 - \rho_{CapCB}\right) \overline{Cap}_{CB,t} \qquad (H.80)$$

$$B_{CB,t}^* = \rho_{B_{CB}^*} B_{CB,t-1}^* \pi_{c,t}^* g_t^z \left(\frac{S_{t+1}\overline{\pi}_c^*}{S_t \overline{\pi}_c}\right)^{-\psi_b} + \left(1 - \rho_{B_{CB}^*}\right) \overline{b}_{CB}^* P_t^* Z_t + \frac{\overline{gdp}}{\overline{rer}_t} P_t^* Z_t z_t^{B_{CB}^*} \qquad (H.81)$$

$$R_t^{corp} = (R_t Prem_t^{corp})^{1/T^{Corp}} \left(R_{t+1}^{corp}\right)^{(1-1/T^{Corp})} \qquad (H.82)$$

$$Prem_t^{corp} = \left(Prem_{t-1}^{corp}\right)^{\rho_{corp}} \left(\overline{Prem}^{Corp}\right)^{1-\rho_{corp}} \exp\left(z_{prem,t}\right) \qquad (H.83)$$

$$Prem_t^{Sov} = Prem_{ex,t}^{Sov} + \alpha_{Prem^{Sov}} \left(\exp\left(\frac{B_{G,t} + B_{CB,t}}{GDP_t} - \overline{B}_G^{rat} - \overline{B}_{CB}^{rat}\right) - 1\right) \qquad (H.84)$$

$$\begin{aligned} Prem_t^{LCY} = Prem_{ex,t}^{LCY} &+ \alpha_{Prem^{LCY}} \left(\exp\left(\frac{B_t^* - B_{G,t}^{Cons} - B_{G,t}^{EB} - B_{G,t}^*}{GDP_t} - \overline{b}^{*,rat} + \overline{B}_G^{Cons,rat} + \overline{B}_G^{EB,rat}\right.\right. \\ &\left.\left. + \overline{b}_G^{*,rat}\right) - 1\right) \end{aligned} \qquad (H.85)$$

$$Prem_{ex,t}^{Sov} = \left(Prem_{ex,t-1}^{Sov}\right)^{\rho_{Prem_{ex}^{Sov}}} \left(\overline{Prem}_{ex}^{Sov}\right)^{1-\rho_{Prem_{ex}^{Sov}}} \exp\left(z_{Sov,t}^{Prem_{ex}}\right) \qquad (H.86)$$

$$Prem_{ex,t}^{LCY} = \left(Prem_{ex,t-1}^{LCY}\right)^{\rho_{Prem_{ex}}^{LCY}} (P\bar{r}em_{ex}^{LCY})^{1-\rho_{Prem_{ex}}^{LCY}} \exp\left(z_{LCY,t}^{Prem_{ex}}\right) \qquad (H.87)$$

$$R_t^{Sov} = R_t^* Prem_t^{Sov} \qquad (H.88)$$

$$R_t^{G,EB} = (R_t^{Sov} TPrem_t^{EB})^{1/T^{EB}} \left(R_{t+1}^{G,EB}\right)^{1-1/T^{EB}} \qquad (H.89)$$

$$R_t^g = (R_t TPrem_t^g)^{1/T^g} \left(R_{t+1}^g\right)^{1-1/T^g} \qquad (H.90)$$

$$R_t^{fa} = \left(R_t^* TPrem_t^{fa}\right)^{1/T^{fa}} \left(R_{t+1}^{fa}\right)^{1-1/T^{fa}} \qquad (H.91)$$

$$Rev_t = Tax_t^C + Tax_t^K + Tax_t^N + S_t P_{com,t}^* \left(1 - \gamma_{com}\right) Y_t^{Com} + Grants_t + QDef_t \qquad (H.92)$$

$$Exp_t^n = C_{g,t}^n + Inv_{g,t}^n + Tr_t^n + IntCost_t^n \qquad (H.93)$$

$$IntCost_t^n = \left(R_{t-1}^{G,Dom} - 1\right)B_{G,t-1}^{Dom} + S_t\left(R_{t-1}^{G,EB} - 1\right)B_{G,t-1}^{EB} + S_t\left(R_{t-1}^{G,Cons} - 1\right)B_{G,t-1}^{Cons} \tag{H.94}$$

$$Def_t = Exp_t - Rev_t \tag{H.95}$$

$$\begin{aligned} Def_t^{Rule} = (1 - A_D)\Bigg(&\rho_G Def_{t-1}^{rat} \\ &+ (1 - \rho_G)\left(Def_t^{tar} - \phi_B\left(B_{G,t+1}^{rat} - B_{G,t+1}^{tar}\right) - \phi_y\left(\frac{Y_t - \bar{y}_t}{\bar{y}_t}100\right)\right)\Bigg) \\ &+ A_D\left(Def_t^{Prim} + IntCost_t\right) \end{aligned} \tag{H.96}$$

$$\begin{aligned} Def_t^{Prim,Rule} = A_D\Bigg(&\rho_G Def_{t-1}^{Prim,rat} \\ &+ (1 - \rho_G)\Bigg(Def_t^{Prim,tar} - \phi_B\left(B_{G,t+1}^{Prim,rat} - B_{G,t+1}^{Prim,tar}\right) \\ &- \phi_y\left(\frac{Y_t - \bar{y}_t}{\bar{y}_t}100\right)\Bigg)\Bigg) + (1 - A_D)(Def_t - IntCost_t) \end{aligned} \tag{H.97}$$

$$Grants_t = \frac{\rho_{Grants} Grants_{t-1}^{rat} + \left(1 - \rho_{Grants}\right)\overline{Grants}_t^{rat} + z_t^{Grants^{rat}}}{100} GDP_t \tag{H.98}$$

$$Def_t = Fin_t^{Dom} + S_t(Fin_t^{EB} + Fin_t^{Cons}) \tag{H.99}$$

$$\begin{aligned} Fin_t^{EB,rat} = {}& \rho_{EB} Fin_{t-1}^{EB,rat} + (1 - \rho_{EB})\left(1 - \frac{1}{\bar{\pi}_{F,t}\bar{g}_t^z}\right)B_G^{EB,tar} + \alpha_{B_G^{EB}}(Def_t^{rat} - Def_t^{tar}) \\ &- \phi_{Fin^{EB}} B_{G,t}^{rat}\left(\frac{B_{G,t+2}^{EB,rat}}{B_{G,t+2}^{rat}} - \alpha_{B_G^{EB}}\right) + \epsilon_{\gamma,t}^{EB} \end{aligned} \tag{H.100}$$

$$Fin_t^{Cons,rat} = \rho_{Cons} Fin_{t-1}^{Cons,rat} + (1-\rho_{Cons})\left(1 - \frac{1}{\bar{\pi}_{F,t}\bar{g}_t^z}\right) B_G^{Cons,tar} + \phi_{Fin^{Cons}}\left(B_{G,t+2}^{Cons,rat} - B_{G,t}^{Cons,rat}\right) + \epsilon_{\gamma,t}^{Cons} \quad (H.101)$$

$$B_{G,t} = B_{G,t}^{Dom} + S_t\left(B_{G,t}^{EB} + B_{G,t}^{Cons}\right) \quad (H.102)$$

$$B_{G,t}^{Dom} = B_{G,t-1}^{Dom} + Fin_t^{Dom} \quad (H.103)$$

$$B_{G,t}^{EB} = B_{G,t-1}^{EB} + Fin_t^{EB} \quad (H.104)$$

$$B_{G,t}^{Cons} = B_{G,t-1}^{Cons} + Fin_t^{Cons} \quad (H.105)$$

$$\tau_{j,t} = \rho_{\tau_j}\tau_{j,t-1} + \left(1-\rho_{\tau_j}\right)\bar{\tau}_j + z_{\tau_{j},t}\frac{GDP_t}{100\, TB_t^j} \quad (H.106)$$

$$TB_t^C = P_t^C C_t \quad (H.107)$$

$$TB_t^N = W_t N_t^d \quad (H.108)$$

$$TB_t^K = A_k\left(\left[R_t^K\gamma_{K,t} - P_{H,t}\Omega_K\left(\gamma_{K,t}\right) - \delta Q_t\right] K_{t-1}\right) + (1-A_k)\left(\left[R_t^K\gamma_{K,t} - P_{H,t}\Omega_K\left(\gamma_{K,t}\right)\right] K_{t-1} - P_{Inv,t} Inv_t\left(1 + \Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1})\right)\right) \quad (H.109)$$

$$Tax_{j,t} = \tau_{j,t} TB_{j,t} \quad (H.110)$$

$$C_{g,t}^{Proj,n} = \frac{\rho_{C_g} C_{g,t}^{rat} + \left(1-\rho_{C_g}\right)\bar{c}_g^{n,tar}\frac{\overline{gdp}}{GDP_{t+1}}\frac{Budget_t^{Proj,n}}{\overline{budget}^{Proj,n}} + z_t^{C_{g,t}^{Proj,n}}}{100} GDP_{t+1} \quad (H.111)$$

$$C_{g,t}^n = C_{g,t-1}^{Proj,n} + z_t^{C_{g,t}^n}\frac{GDP_t}{100} \quad (H.112)$$

$$Inv_{g,t}^{Proj,n} = Budget_t^{Proj,n} - C_{g,t}^{Proj,n} - (1-\omega)Tr_{o,t}^{Proj,n} - \omega Tr_{r,t}^{Proj,n} \quad (H.113)$$

$$Inv_{g,t}^n = Inv_{g,t-1}^{Proj,n} + z_t^{Inv_g^n}\frac{GDP_t}{100} \quad (H.114)$$

$$K_{g,t} = Inv_{g,t}^{eff} + \left(1-\delta_g\right)K_{g,t-1} \quad (H.115)$$

$$Inv_{g,t}^{eff} = \xi_1 Inv_{g,t-3} + \xi_2 Inv_{g,t-2} + \xi_3 Inv_{g,t-1} + \left(1 - \xi_1 - \xi_2 - \xi_3\right) Inv_{g,t} \qquad (H.116)$$

$$Tr_{o,t}^{Proj,n} = \frac{\rho_{tr_o} Tr_{o,t}^{rat} + \left(1-\rho_{tr_o}\right) \overline{tr}_{o,t}^{rat} \frac{\overline{gdp}}{GDP_{t+1}} \frac{Budget_t^{Proj,n}}{\overline{Budget}^{Proj,n}} + z_t^{Tr_{o,t}^{Proj,n}}}{100\omega_o} GDP_{t+1} \qquad (H.117)$$

$$Tr_{r,t}^{Proj,n} = \frac{\rho_{tr_r} Tr_{r,t}^{rat} + \left(1-\rho_{tr_r}\right) \overline{tr}_{r,t}^{rat} \frac{\overline{gdp}}{GDP_{t+1}} \frac{Budget_t^{Proj,n}}{\overline{Budget}^{Proj,n}} + z_t^{Tr_{r,t}^{Proj,n}}}{100\omega_r} GDP_{t+1} \qquad (H.118)$$

$$Tr_{o,t}^{n} = Tr_{o,t-1}^{Proj,n} + z_t^{Tr_{o,t}^{n}} \frac{GDP_t}{100\omega_o} \qquad (H.119)$$

$$Tr_{r,t}^{n} = Tr_{r,t-1}^{Proj,n} + z_t^{Tr_{r,t}^{n}} \frac{GDP_t}{100\omega_r} \qquad (H.120)$$

$$B_t = B_{G,t}^{Dom} + B_{CB,t} - B_{G,t}^{*} \qquad (H.121)$$

$$B_{G,t}^{*} = P_t^C Z_t \overline{b}_G^{*} \left(\frac{\overline{Prem}_t^{Sov} \overline{Prem}_t^{LCY}}{Prem_t^{Sov} Prem_t^{LCY}} \right)^{\eta_{B_G^*}} \qquad (H.122)$$

$$B_t^{*} = B_{CB,t}^{*} + (1-\omega) B_{o,t}^{*} \qquad (H.123)$$

$$Exp_t = \left(P_{H,t}/S_t P_t^{*}\right)^{-\eta_{expt}} Y_t^{*} \qquad (H.124)$$

$$S_t B_t^{*} - B_{G,t}^{*} = \left[\left(P_{H,t} Exp_t + Y_t^{Com} S_t P_{co,t}^{*} + S_t D_t^{*}\right) - S_t P_t^{*} Imp_t\right] + R_{t-1}^{fa} S_t B_{t-1}^{*} - R_{t-1}^{g} B_{G,t-1}^{*} \qquad (H.125)$$

$$D_t^{*} = \left(D_{t-1}^{*} \pi_{c,t}^{*} g_t^{z}\right)^{\rho_{D^*}} \left(\left(\frac{rer_t^{rem}}{rer_t} \right)^{\eta^{D^*}} \alpha_{D^*} Y_t^{*} \right)^{1-\rho_{D^*}} \exp\left(z_{D^*,t}\right) \qquad (H.126)$$

$$rer_t^{rem} = \left(\prod_{j=-2}^{2} rer_{t+j} \right)^{\frac{1}{5}} \qquad (H.127)$$

$$\begin{aligned} P_{H,t} Y_t^{H,d} = {} & P_{H,t}\left(C_t^H + Inv_t^H + C_{g,t}^H + Inv_{g,t}^H + Exp_t^H\right) + P_t^{Inv} Inv_t \Omega_{Inv}(Inv_t, Inv_{t-1}) \\ & + (1-\omega)\left(1-\tau_{C,t}\right) P_t^C C_{o,t} \Omega_M\left(V_{o,t}\right) + \omega\left(1-\tau_{C,t}\right) P_t^C C_{r,t} \Omega_M\left(V_{r,t}\right) \end{aligned} \qquad (H.128)$$

$$N_t = (1-\omega) N_{o,t} + \omega N_{r,t} \qquad (H.129)$$

$$Tr_t = (1-\omega) Tr_{o,t} + \omega Tr_{r,t} \qquad (H.130)$$

$$D_t^* = (1-\omega)D_{o,t}^* + \omega D_{r,t}^* \qquad (H.131)$$

$$g_t^z = \left(1-\rho_{g^z}\right)\bar{g}^z + \rho_{g^z} g_{t-1}^z + z_{g^z,t} \qquad (H.132)$$

$$y_t^{CO} = \left(1-\rho_{Y^{Com}}\right)\bar{y}^{co} + \rho_{Y_{Com}} y_{t-1}^{Co} + z_t^{Y^{Com}} \qquad (H.133)$$

$$\pi_{c,t}^* = \left(1-\rho_{\pi_c^*}\right)\bar{\pi}^{tar} + \rho_{P_{co}^*}\pi_{c,t-1}^* + z_t^{\pi_c^*} \qquad (H.134)$$

დანართი I. მოდელის პარამეტრები

პარამეტრი	მნიშვნელობა	აღწერა
$\rho_{\pi_c^*}$	0.400	საგარეო ინფლაციის ავროორეგრესიული კოეფიციენტი
$\bar{\pi}^{tar^*}$	1.025	საგარეო ინფლაციის მიზნობრივი მაჩვენებელი
$\rho_{Y^{Com}}$	0.500	ნედლეულის ფასების ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
$\bar{y}^{co}$	0.008	ნედლეულის ფასის მდგრადი მდგომარეობა
ρ_{g^z}	0.750	ტექნოლოგიური ზრდის ტემპის ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
$\bar{g}^z$	1.045	გრძელვადიანი პროდუქტიულობის ზრდის ტემპი
ω	0.600	HTM შინამეურნეობების წილი
ρ_{D^*}	0.600	ფულადი გზავნილების ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
η^{D^*}	0.500	ფულადი გზავნილების ელასტიკურობა RER-ის მიმართ
η_{expt}	0.500	ექსპორტის ჩანაცვლების ელასტიკურობა
$\eta_{B_G^*}$	3.000	კაპიტალის შემოდინების ელასტიურობა
ρ_{tr_o}	0.750	არარიკარდიანელი შინამეურნეობებისთვის მთავრობის ტრანსფერების ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
ρ_{tr_r}	0.500	რიკარდიანელი შინამეურნეობებისთვის მთავრობის ტრანსფერების ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
ξ_1	0.000	სახელმწიფო ინვესტიციების ეფექტური დაგროვების პარამეტრი
ξ_2	0.000	სახელმწიფო ინვესტიციების ეფექტური დაგროვების პარამეტრი
ξ_3	0.300	სახელმწიფო ინვესტიციების ეფექტური დაგროვების პარამეტრი
δ_g	0.070	სახელმწიფო ინფრასტრუქტურის ამორტიზაცია
ρ_{C_g}	0.600	მთავრობის მოხმარების ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
$\overline{C}_g^{tar}$	8.475	მთავრობის მოხმარების მშპ-თან თანაფარდობის მდგრადი მდგომარეობა
$\overline{tr}_{o,t}^{rat}$	0.470	მთავრობის ტრანსფერების მშპ-სთან თანაფარდობა მდგრად მდგომარეობაში (OLG შინამეურნებებზე)

პარამეტრი	მნიშვნელობა	აღწერა
$\overline{tr}_{r,t}^{rat}$	7.562	მთავრობის ტრანსფერების მშპ-სთან თანაფარდობა მდგრად მდგომარეობაში (HTM შინამეურნეებზე)
A_k	1	მოგების გადასახადის რეჟიმი (1=ძველი)
$\bar{\tau}_C$	0.206	ზღვრული საგადასახადო განაკვეთი მოხმარებაზე
$\bar{\tau}_K$	0.129	ზღვრული საგადასახადო განაკვეთი კაპიტალიდან მიღებულ შემოსავალზე
$\bar{\tau}_N$	0.168	ზღვრული საგადასახადო განაკვეთი შრომით შემოსავალზე
ρ_{τ_C}	0.750	მოხმარებაზე გადასახადის ავტორეგრესიული კოეფიცინეტი
ρ_{τ_K}	0.750	კაპიტალზე გადასახადის ავტორეგრესიული კოეფიცინეტი
ρ_{τ_N}	0.750	შრომაზე გადასახადის ავტორეგრესიული კოეფიცინეტი
ρ_{Cons}	0.500	საგარეო შეღავათიანი დაფინანსების ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
$\phi_{Fin^{Cons}}$	0.500	უცხოური შეღავათიანი დაფინანსების ელასტიკურობა ვალის თარგეთის მიმართ
ρ_{EB}	0.500	საგარეო კომერციული დაფინანსების ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
$\alpha_{B_G^{EB}}$	0.086	მთავრობის საგარეო კომერციული ვალის წილის მდგრადი
$\phi_{Fin^{EB}}$	0.500	საგარეო კომერციული დაფინანსების ელასტიკურობა ვალის თარგეთის მიმართ
ρ_{Grants}	0.500	მთავრობის გრანტებიდან შემოსავლის ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
$\overline{Grants}_t^{rat}$	0.890	მთავრობის გრანტის გრძელვადიანი თანაფარდობა მშპ-თან
ρ_G	0.500	დეფიციტის წესის ავრტორეგრესიის კოეფიციენტი
ϕ_B	0.100	მთავრობის დეფიციტის ელასტიკურობა ვალის მიმართ
ϕ_y	0.000	მთავრობის დეფიციტის ელასტიკურობა მშპ-ს გაპის მიმართ
A_D	0.000	პირველადი დეიფიციტს წესის ცვლილება
T^{fa}	0.200	წმინდა უცხოური აქტივების ეფექტური ვადიანობის შებრუნებული მნიშვნელობა
T^g	0.200	მთავრობის ვალის ეფექტური ვადიანობა

პარამეტრი	მნიშვნელობა	აღწერა
T^{EB}	0.200	მთავრობის ევრობონდების ეფექტური ვადიანობა
$\rho^{LCY}_{Prem_{ex}}$	0.500	სავალუტო რისკ პრემიუმის ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
$\rho_{Prem^{Sov}_{ex}}$	0.500	სუვერენული რისკ პრემიუმის ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
$\alpha_{Prem^{LCY}}$	0.015	სავალუტო რისკის პრემიის სენსიტიურობა ვალის მიმართ
$\overline{Prem}^{Sov}_{ex}$	1.025	სუვერენული რისკის პრემიის გრძელვადიანი მნიშვნელობა
$P\bar{r}em^{LCY}_{ex}$	1.010	სავალუტო რისკის პრემიის გრძელვადიანი მნიშვნელობა
$\overline{Prem}^{Corp}$	1.040	კორპორატიული რისკის პრემიის მდგრადი მდგომარეობა
$\alpha_{Prem^{Sov}}$	0.015	სუვერენული რისკის პრემიის სენსიტიურობა ვალის მიმართ
ρ_{corp}	0.500	კერძო სექტორის რისკ პრემიუმის ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
T^{Corp}	0.250	კორპორატიული სესხების ეფექტური ვადიანობა
$\rho_{B^*_{CB}}$	0.000	FX რეზერვების დაგროვების ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
ψ_b	0.000	სავალუტო ინტერვენციების ელასტიურობა
ρ_{CapCB}	1.000	ცენტრალური ბანკის კაპიტალის ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
$\overline{Cap}_{CB,t}$	-0.155	ცენტრალური ბანკის კაპიტალის მდგრადი მდგომარეობა(LCY)
ρ_R	0.100	პოლიტიკის განაკვეთის ავტორეგრესიული კოეფიციენტი (მოსწორების კოეფიციენტი)
φ_π	0.750	მონეტარული პოლიტიკის რეაქცია ინფლაციაზე (ტეილორის წესი)
φ_Y	0.050	მონეტარული პოლიტიკის რეაქცია მშპ-ს გაპზე (ტეილორის წესი)
θ_F	0.300	კალვოს პარამეტრი იმპორტიორებისათვის
η_F	13.500	იმპორტული საქონლის სახეობებს შორის ელასტიკურობა
ξ	0.950	გადარჩენის ალბათობა
β	0.986	დისკონტის ფაქტორი
σ_c	1.500	დროთაშორისი ჩანაცვლების ელასტიურობა
hab	0.500	მოხმარების ჩვევა

პარამეტრი	მნიშვნელობა	აღწერა
k_1	0.029	ფულის ტრანზაქციის ხარჯის პარამეტრი
k_2	1.481	ფულის ტრანზაქციის ხარჯის პარამეტრი
ω	0.600	HTM შინამეურნეობების წილი
σ_w	11.000	ჩანაცვლების ელასტიკურობა სხვადასხვა ტიპის შრომას შორის
θ_w	0.700	ხელფასის ვერ შეცვლის ალბათობა
ι_W	0.500	ხელფასის ინდექსაცია
γ_N	0.578	ნორმირების პარამეტრი
η_c	0.400	სანავთობო მოხმარების ჩანაცვლების ელასტიკურობა
$\eta_{C^{NO}}$	0.800	არასანავთობო საქონელს შორის ჩანაცვლების ელასტიურობა
η_{Inv}	0.700	ინვესტიციების ჩანაცვლების ელასტიკურობა
$\eta_{Inv,G}$	0.700	ჩანაცვლების ელასტიურობა მთავრობის არასანავთოვო ინვესტიციების კალათაში
α	0.470	კაპიტალური შემოსავლების წილი მთლიან შემოსავლებში
α_G	0.200	საჯარო კაპიტალის წილი საწარმოო ფუნქციაში
η_H	11.000	სხვადასხვა სახეობის საქონელს შორის ჩანაცვლების ელასტიურობა.
θ_H	0.700	კალვოს პარამეტრი (ფასების ვერ შეცვლის ალბათობა)
ϑ_1	0.169	კაპიტალის უტილიზაციის ხარჯის პარამეტრი
ϑ_2	8.000	კაპიტალის უტილიზაციის ხარჯის პარამეტრი
δ	0.500	ამორტიზაციის ტემპის ავტორეგრესიული კოეფიციენტი
$\bar{g}^z$	1.045	გრძელვადიანი პროდუქტიულობის ზრდის ტემპი
$\bar{\pi}_c$	1.030	ინფლაციის მდგრადი მდგომარეობა